

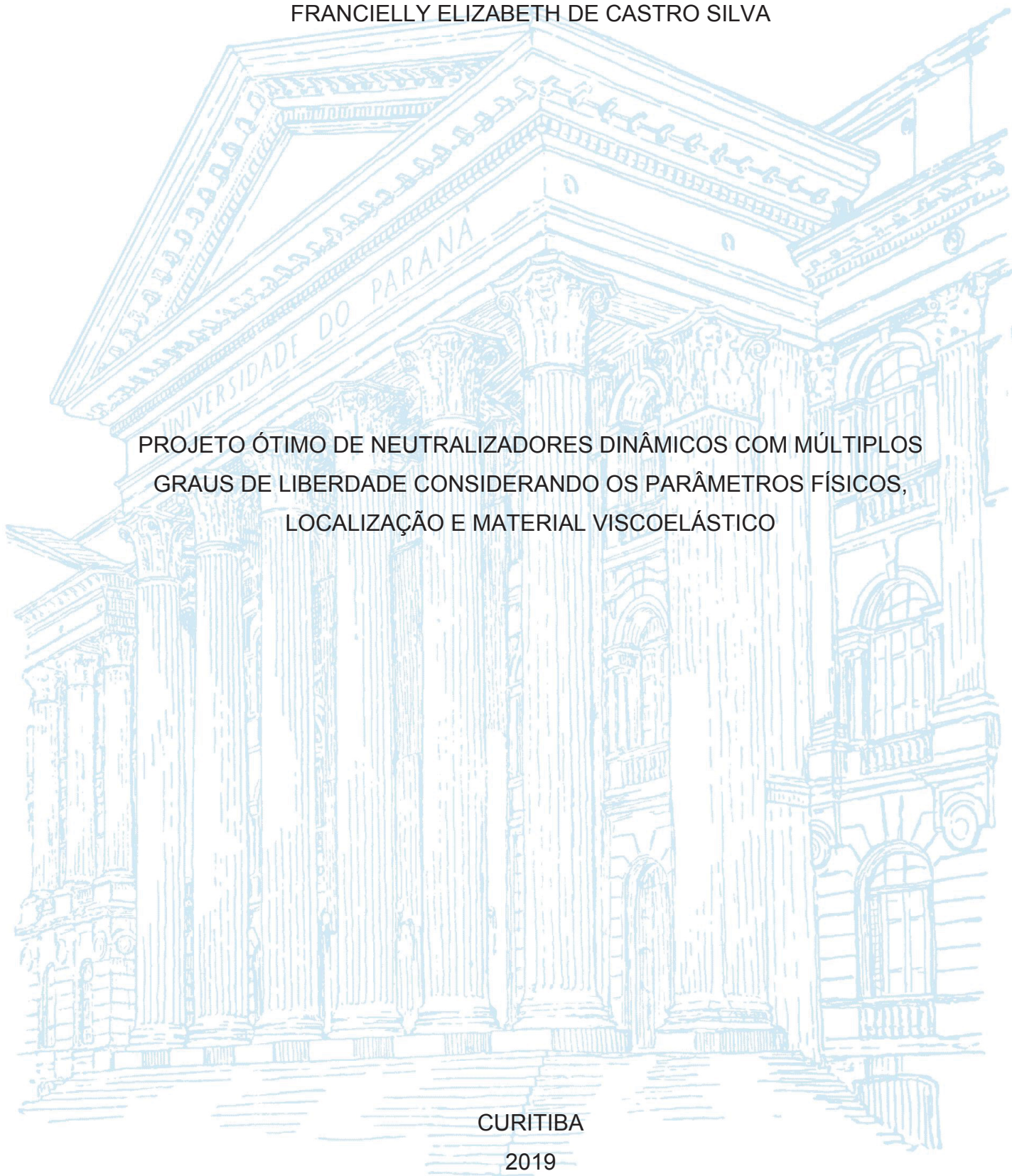
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

FRANCIELLY ELIZABETH DE CASTRO SILVA

PROJETO ÓTIMO DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS COM MÚLTIPLOS
GRAUS DE LIBERDADE CONSIDERANDO OS PARÂMETROS FÍSICOS,
LOCALIZAÇÃO E MATERIAL VISCOELÁSTICO

CURITIBA

2019



FRANCIELLY ELIZABETH DE CASTRO SILVA

PROJETO ÓTIMO DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS COM MÚLTIPLOS
GRAUS DE LIBERDADE CONSIDERANDO OS PARÂMETROS FÍSICOS,
LOCALIZAÇÃO E MATERIAL VISCOELÁSTICO

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, área de concentração em Mecânica dos Sólidos e Vibrações, setor de tecnologia da Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do grau de Doutora em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Bavastri.

CURITIBA

2019

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

S586p Silva, Francielly Elizabeth de Castro
Projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos com múltiplos graus de liberdade considerando os parâmetros físicos, localização e material viscoelástico [recurso eletrônico] / Francielly Elizabeth de Castro Silva – Curitiba, 2019.

Tese - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia,
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica.
Orientador: Carlos Alberto Bavastri.

1. Materiais viscoelásticos. 2. Neutralizadores dinâmicos. 3.
Algoritmos genéticos. 4. Controle passivo de vibrações. I. Universidade
Federal do Paraná. II. Bavastri, Carlos Alberto. III. Título.

CDD: 620.11248

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR SETOR DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
MECÂNICA - 40001016040P5

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA MECÂNICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **FRANCIELLY ELIZABETH DE CASTRO SILVA** intitulada: **PROJETO ÓTIMO DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE CONSIDERANDO OS PARÂMETROS FÍSICOS, LOCALIZAÇÃO E MATERIAL VISCOELÁSTICO.**, após terem inquirido a aluna e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 10 de Abril de 2019.


CARLOS ALBERTO BAVASTRI

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)


MARCOS ARNDT

Avaliador Externo (UFPR)


ROBERTO GIL ANNES DA SILVA

Avaliador Externo (ITA)


EDUARDO MARCIO DE OLIVEIRA LOPES

Avaliador Interno (UFPR)

Dedico esta tese a Deus e
à minha mãe, Maria Izilda Lopes de Castro

AGRADECIMENTOS

- A Deus pelo seu amor e infinita bondade e graça que me capacitou e permitiu realizar esta tese.
- Ao professor Dr. Carlos Alberto Bavastri, por sua excelente orientação, paciência e prontidão em ensinar-me e compartilhar seu tempo e experiência comigo.
- À minha mãe, que sempre me apoiou e que com muito amor e paciência me ajudou nesta trajetória.
- Aos meus familiares e amigos, pelo apoio e momentos de descontração.
- Aos professores da área de Mecânica dos Sólidos e vibrações da Universidade Federal do Paraná, que sempre estiveram prontos a compartilhar seus conhecimentos, contribuindo no meu crescimento acadêmico e pessoal.
- Aos meus colegas do LAVIBS, que despenderam tempo em estudar, compartilhar experiências e conhecimento, além de me privilegiar com suas amizades.
- À Universidade Federal do Paraná, por permitir especializar-me no curso de doutorado.
- Aos professores da graduação na Universidade Positivo, que despertaram em mim o interesse pela pesquisa e pela carreira como docente.
- Aos meus irmãos da Igreja Batista Bíblica, que me ajudam em oração.
- Ao Centro Universitário Internacional (Uninter) e aos meus colegas de trabalho, que me apoiaram no desenvolvimento desta tese.
- Ao governo brasileiro, que através do programa PRH 24 financiou, com bolsa de estudos, esta tese.

Para que Cristo habite pela fé nos vossos corações;
a fim de, estando arraigados e fundados em amor,
poderdes perfeitamente compreender, com todos os
santos, qual seja a largura, e o comprimento, e a
altura, e a profundidade, e conhecer o amor de
Cristo, que excede todo o entendimento, para que
sejais cheios de toda a plenitude de Deus. Ora,
àquele que é poderoso para fazer tudo muito mais
abundantemente além daquilo que pedimos ou
pensamos, segundo o poder que em nós opera, a
Ele glória na igreja, por Jesus Cristo, em todas as
gerações, para todo o sempre. Amém.

Efébios 3:17-21

RESUMO

Neutralizadores dinâmicos de vibração, também chamados de absorvedores dinâmicos de vibração, são dispositivos ressonantes que, ao serem fixados em uma estrutura mecânica, conseguem reduzir as vibrações. O projeto desse tipo de dispositivo, utilizando materiais viscoelásticos, é de baixo custo, fácil construção e produz excelentes resultados na redução dos níveis de vibração devido à capacidade daqueles materiais em armazenar e dissipar a energia de vibração. Entretanto, projetá-lo de maneira adequada indicará o seu sucesso no controle da vibração. Nos últimos 20 anos, o grupo de pesquisa GVIBS da UFPR/CNPq tem trabalhado no projeto ótimo de neutralizadores simples, aplicados no controle de vibração em banda estreita e banda larga de frequências. Neste contexto, o presente estudo visa desenvolver uma metodologia de projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos de um e de múltiplos graus de liberdade considerando os parâmetros físicos, a posição do dispositivo na estrutura e o material viscoelástico ótimo como variáveis a serem otimizadas, para uma dada temperatura de trabalho e para uma determinada banda de frequências. A configuração ótima é obtida através de Algoritmos Genéticos (AG) considerando variáveis contínuas e discretas no mesmo vetor de projeto. Inicialmente, a metodologia de projeto ótimo de neutralizadores é implementada para o modelo de neutralizador simples e aplicada no controle de vibração, em banda larga de frequências, de uma placa de aço apoiada em seus quatro cantos. Os resultados mostram que esta metodologia é interessante e robusta para o controle de vibração de estruturas geometricamente complexas. Agregando a esta metodologia o projeto ótimo de um neutralizador de múltiplos graus de liberdade, as propriedades dinâmicas do neutralizador passam a ser descritas por matrizes de tamanhos consideráveis, que estão associadas ao número de graus de liberdade considerados na modelagem do neutralizador. A obtenção dessas matrizes é realizada utilizando o método dos elementos finitos via *software* ANSYS e as características dinâmicas do material viscoelástico são introduzidas no modelo através de uma metodologia própria utilizando o *software* Matlab. Para validar a metodologia proposta, uma análise numérica é aplicada para o controle de uma viga de aço engastada-livre. Com os parâmetros de projeto ótimos fornecidos pelo algoritmo, o neutralizador pode ser construído e inserido na viga para a realização do experimento. O resultado mostra que o modelo numérico é muito semelhante ao experimental, logo esta metodologia pode ser reproduzida fisicamente. O presente estudo apresenta três modelos de neutralizadores de múltiplos graus de liberdade: viga sanduíche, viga sanduíche com massa de sintonização na extremidade livre modelada por elementos finitos, e viga sanduíche com massa concentrada na extremidade livre. Os resultados numéricos para o controle da viga de aço engastada livre são comparados com o modelo de um grau de liberdade, mostrando que os três modelos de neutralizadores de múltiplos graus de liberdade reduzem a vibração da viga de forma mais eficiente que o neutralizador simples. Os resultados apresentados mostram que a metodologia proposta é promissora para o controle passivo de vibração de estruturas, especialmente quando muitos modos estão presentes.

Palavras-chave: Controle passivo de vibrações. Neutralizadores dinâmicos. viscoelásticos de múltiplos graus de liberdade. Otimização. Algoritmos genéticos.

ABSTRACT

Dynamic vibration neutralizers, also called dynamic vibration absorbers, are mechanical devices attached to a structure aiming at controlling or reducing vibration levels. Designing such devices using viscoelastic materials result in low costs, easy construction, and produce excellent results in the vibration reduction levels due to their ability to dissipate vibration energy. However, their suitable design will indicate their success in the vibration control. In the last 20 years, the research group GVIBS from the UFPR/CNPq, has been working in the optimal design of simple neutralizers, applied to vibration control in both narrow and broad bands of frequency. In this context, the present study aims at developing a methodology for an optimal design of DVNs with one and multiple degrees-of-freedom considering the physical parameters, the positions to attach them onto the structure, and the viscoelastic materials as variables to be optimized, for a given working temperature and for a determined frequency band. The optimal configuration is obtained through Genetic Algorithms (GA) considering continuous and discrete variables in the same design vector. Initially, the methodology of optimal design of the neutralizers is implemented to a simple neutralizer model applied to vibration control, in a broadband of frequency, of a simply-supported steel plate its four corners. The results show that this methodology is interesting and robust to handle the vibration control of geometrically complex structures. Adding to this methodology the optimal design of a multi-degrees-of-freedom neutralizer, the dynamic properties of the neutralizer are described by matrices of considerable sizes, which are associated to the number of degrees-of-freedom considered in the neutralizer modeling. The obtaining of those matrices for the metallic part is carried out using the finite element method through the ANSYS software and the dynamic characteristics of the viscoelastic material are introduced to the model through an own methodology using the Matlab software. To validate the methodology of optimal design of multi-degree-of-freedom viscoelastic neutralizers, a numerical analysis is applied to the control a clamped steel beam. With the parameters of optimal design provided by the algorithm, the neutralizer can be built and attached to the beam for the experiment. The results show that the numerical model is very similar to the experimental one, thus this methodology can be reproduced physically. The present study shows three models of multi-degree-of-freedom neutralizers: sandwich beam, sandwich beam with a tuning mass modeled by finite elements and sandwich beam with a concentrated mass in the free end. Both models are able to handle the vibration control and the numerical results to the clamped steel beam control are compared with those of the one degree-of-freedom model, showing that all the three models of multi-degree-of-freedom neutralizers reduce the beam vibration more efficiently than the simple neutralizer. The results also show that the methodology is promising for passive vibration control of structures, especially when many modes are present.

Keywords: Passive vibration control. Multi-degrees-of-freedom dynamic viscoelastic neutralizers. Optimization. Genetic algorithms.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – DEFORMAÇÃO DE UM ELEMENTO (A) SOB COMPRESSÃO E (B) SOB CISALHAMENTO	43
FIGURA 2 – VARIAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE UM MATERIAL VISCOELÁSTICO COM A FREQUÊNCIA E TEMPERATURA CONSTANTE	49
FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO DE UM SISTEMA COMPOSTO GENÉRICO E MODELOS EQUIVALENTES	50
FIGURA 4 – (A) ESTRUTURA PRIMÁRIA COM NDVS E (B) MODELO DO NDV SIMPLES	51
FIGURA 5 – NEUTRALIZADOR VISCOELÁSTICO SIMPLES	51
FIGURA 6 – EQUIVALÊNCIA DINÂMICA ENTRE TRÊS SISTEMAS: (A) COM NDVV REAL SOB A BASE DESPROVIDA DE MASSA (B) POR PARÂMETROS EQUIVALENTES GENERALIZADOS $m_{eq}(\Omega)$ E $c_{eq}(\Omega)$ E (C) POR PARÂMETROS EQUIVALENTES GENERALIZADOS $k_{eq}(\Omega)$	53
FIGURA 7 – NDV PROPOSTO DE MGD L	63
FIGURA 8 – ELEMENTO SOLID186 DO SOFTWARE ANSYS	63
FIGURA 9 – MODELO DO PÊNDULO ELÁSTICO (STOCKBRIDGE)	64
FIGURA 10 – FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE UM SISTEMA SIMPLES COM NEUTRALIZADORES COM DIFERENTES MATERIAIS VISCOELÁSTICOS PARA AS TEMPERATURAS DE (A) 243K, (B) 273K E (C) 303K	69
FIGURA 11 – NOMOGRAMAS DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS (A) BORRACHA NATURAL, (B) NEOPRENE, (C) BORRACHA BUTÍLICA, (D) EAR C1002 E (E) EAR C2003	70
FIGURA 12 – DIMENSÕES DA VIGA DE AÇO ENGASTADA-LIVRE	72
FIGURA 13 – FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA VIGA ENGASTADA LIVRE, CONSIDERANDO NEUTRALIZADORES PROJETADOS COM (A) BORRACHA NATURAL, (B) NEOPRENE, (C) BORRACHA BUTÍLICA, (D) C1002 E (E) C2003 NA TEMPERATURA DE 243K.....	73
FIGURA 14 – FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA VIGA ENGASTADA LIVRE, CONSIDERANDO NEUTRALIZADORES PROJETADOS COM (A) BORRACHA NATURAL, (B) NEOPRENE, (C) BORRACHA BUTÍLICA, (D) C1002 E (E) C2003 NA TEMPERATURA DE 273K	74

FIGURA 15 – FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA VIGA ENGASTADA LIVRE, CONSIDERANDO NEUTRALIZADORES PROJETADOS COM (A) BORRACHA NATURAL, (B) NEOPRENE, (C) BORRACHA BUTÍLICA, (D) C1002 E (E) C2003 NA TEMPERATURA DE 303K.....	75
FIGURA 16 - VARIÁVEIS DE PROJETO DO NDV SIMPLES, (A) FREQUÊNCIA NATURAL, (B) POSIÇÃO E (C) MATERIAL VISCOELÁSTICO DO NEUTRALIZADOR	80
FIGURA 17 - VETOR DE VARIÁVEIS DE PROJETO DO NDV SIMPLES	80
FIGURA 18 – ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DE NDVS SIMPLES APLICADO AO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO	82
FIGURA 19 – MODELO DO NEUTRALIZADOR DO TIPO VIGA SANDUÍCHE	83
FIGURA 20 – REPRESENTAÇÃO DO VETOR FORÇA E DAS COORDENADAS GENERALIZADAS NA BASE DO NDV PROPOSTO DE MGDL	89
FIGURA 21 – MODELO EQUIVALENTE DO PROBLEMA PROPOSTO	91
FIGURA 22 – VARIÁVEIS DE PROJETO QUANTO ÀS DIMENSÕES DO NDV DO TIPO VIGA SANDUÍCHE	93
FIGURA 23 – VARIÁVEIS DE PROJETO QUANTO ÀS DIMENSÕES DO NDV DO TIPO VIGA SANDUÍCHE COM MASSA DE SINTONIZAÇÃO	94
FIGURA 24 – VARIÁVEIS DE PROJETO QUANTO ÀS DIMENSÕES DO NDV DO TIPO VIGA SANDUÍCHE COM MASSA DE SINTONIZAÇÃO PONTUAL	94
FIGURA 25 – VARIÁVEIS DE PROJETO, (A) DIMENSÕES, (B) MASSA DE SINTONIZAÇÃO, (C) POSIÇÃO E (D) MATERIAL VISCOELÁSTICO DO NEUTRALIZADOR	95
FIGURA 26 - VETOR DE VARIÁVEIS DE PROJETO	95
FIGURA 27 – COMANDOS ANSYS PARA OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE MASSA E DE RIGIDEZ DO NDV DE MGDL	96
FIGURA 28 – ALGORITMO GERAL DO PROBLEMA DE PROJETO ÓTIMO DE NDVS DE MGDL	97
FIGURA 29 – ESQUEMA DE MEDIÇÃO EXPERIMENTAL	99
FIGURA 30 – MALHA (DISCRETIZAÇÃO POR MEF) DA PLACA METÁLICA	100
FIGURA 31 – MODOS DE VIBRAR DA PLACA: (A) PRIMEIRO, (B) SEGUNDO, (C) TERCEIRO, (D) QUARTO, (E) QUINTO, (F) SEXTO, (G) SÉTIMO, (H) OITAVO E (I) NONO MODO	101

FIGURA 32 – INERTÂNCIA DA PLACA METÁLICA CONSIDERANDO 1 NDV SIMPLES	102
FIGURA 33 – POSIÇÃO ÓTIMA DO NDV PARA AS RESPECTIVAS TEMPERATURAS, CONSIDERANDO 1 NDV SIMPLES	103
FIGURA 34 – INERTÂNCIA DA PLACA METÁLICA CONSIDERANDO 2 NDVS SIMPLES	103
FIGURA 35 – POSIÇÃO ÓTIMA DO NDV PARA AS RESPECTIVAS TEMPERATURAS, CONSIDERANDO 2 NDVS SIMPLES	104
FIGURA 36 – INERTÂNCIA DA PLACA METÁLICA CONSIDERANDO 4 NDVS SIMPLES	104
FIGURA 37 – POSIÇÃO ÓTIMA DO NDV PARA AS RESPECTIVAS TEMPERATURAS, CONSIDERANDO 4 NDVS SIMPLES	105
FIGURA 38 - DIMENSÕES DA VIGA DE ALUMÍNIO COMPOSTA (<i>CONSTRAINED LAYER</i>)	107
FIGURA 39 – EXPERIMENTO NA VIGA DE ALUMÍNIO LIVRE-LIVRE COM <i>CONSTRAINED LAYER</i>	108
FIGURA 40 – INERTÂNCIA MEDIDA NA BASE DA VIGA DE ALUMÍNIO COM <i>CONSTRAINED LAYER</i>	108
FIGURA 41 – MASSA DINÂMICA MEDIDA NA BASE DA VIGA DE ALUMÍNIO COM <i>CONSTRAINED LAYER</i>	109
FIGURA 42 – COMPARAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL PARA (A) INERTÂNCIA E (B) MASSA DINÂMICA MEDIDAS NA BASE DA VIGA DE ALUMÍNIO COM <i>CONSTRAINED LAYER</i>	109
FIGURA 43 – MODOS DE VIBRAR DA VIGA: (A) PRIMEIRO, (B) SEGUNDO, (C) TERCEIRO, (D) QUARTO, (E) QUINTO, (F) SEXTO, (G) SÉTIMO, (H) OITAVO, (I) NONO, (J) DÉCIMO E (K) DÉCIMO PRIMEIRO MODO	110
FIGURA 44 – INERTÂNCIA EXPERIMENTAL DA VIGA DE AÇO ENGASTADA-LIVRE	111
FIGURA 45 – INERTÂNCIA NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA VIGA DE AÇO ENGASTADA-LIVRE	112
FIGURA 46 – INERTÂNCIA NUMÉRICA DO SISTEMA PRIMÁRIO E DO SISTEMA COMPOSTO CONSIDERANDO O PROJETO ÓTIMO DO NDV DE MGD L	114
FIGURA 47 – RIGIDEZ DINÂMICA OBTIDA NA BASE DO NDV DE MGD L	114

FIGURA 48 – NDV DE MGD L PARA O CONTROLE DA VIGA ENGASTADA LIVRE	115
FIGURA 49 – NDV DE MGD L INSERIDO NO SISTEMA PRIMÁRIO	115
FIGURA 50 – INERTÂNCIA EXPERIMENTAL PARA O CONTROLE DA VIGA COM E SEM NDV DE MGD L	116
FIGURA 51 – COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO NUMÉRICO E O EXPERIMENTAL PARA O CONTROLE DA VIGA ENGASTADA-LIVRE COM E SEM NDV DE MGD L	116
FIGURA 52 – CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE COM O MODELO DE NDV DE MGD L COM MASSA DE SINTONIZAÇÃO	118
FIGURA 53 – RIGIDEZ DINÂMICA NA BASE DO NDV DE MGD L COM MASSA DE SINTONIZAÇÃO PARA O CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE	118
FIGURA 54 – CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE COM O MODELO DE NDV DE MGD L COM MASSA PONTUAL (CONCENTRADA)	120
FIGURA 55 – RIGIDEZ DINÂMICA NA BASE DO NDV DE MGD L COM MASSA PONTUAL (CONCENTRADA) PARA O CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE	120
FIGURA 56 – CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE ATRAVÉS DO PROJETO ÓTIMO DE UM NDV SIMPLES	121
FIGURA 57 – COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE NDV DE MGD L E O MODELO DE NDV SIMPLES PARA O CONTROLE DA VIGA METÁLICA ENGASTADA-LIVRE	122
FIGURA 58 – ZOOM NOS MODOS 4 A 6 PARA COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE NDV DE MGD L E O MODELO DE NDV SIMPLES PARA O CONTROLE DA VIGA METÁLICA ENGASTADA-LIVRE	123
FIGURA 59 – ZOOM NOS MODOS 7 a 9 PARA COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE NDV DE MGD L E O MODELO DE NDV SIMPLES PARA O CONTROLE DA VIGA METÁLICA ENGASTADA-LIVRE	123
FIGURA 60 – ZOOM NOS MODOS 10 e 11 PARA COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE NDV DE MGD L E O MODELO DE NDV SIMPLES PARA O CONTROLE DA VIGA METÁLICA ENGASTADA-LIVRE	124
FIGURA A.1 – TIPOS DE FILHOS: (A) FILHO POR ELITISMO, (B) POR CRUZAMENTO E (C) POR MUTAÇÃO	145

FIGURA A.2 – FLUXOGRAMA DE ALGORITMOS GENÉTICOS	145
FIGURA A.3 – INDIVÍDUO BINARIZADO	146
FIGURA A.4 – SELEÇÃO VIA MÉTODO DA ROLETA	147
FIGURA A.5 – PROCESSO DE CRUZAMENTO ENTRE DOIS INDIVÍDUOS	148

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PROPRIEDADES DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS	81
TABELA 2 – MATERIAIS VISCOELÁSTICOS E SUAS RESPECTIVAS ESPESSURAS	93
TABELA 3 – FREQUÊNCIAS NATURAIS DA PLACA METÁLICA APOIADA	101
TABELA 4 – DADOS DOS PROJETOS ÓTIMOS DOS NDVS SIMPLES PARA O CONTROLE DA PLACA METÁLICA	105
TABELA 5 – COMPARAÇÃO MODO A MODO ENTRE OS TIPOS DE NDVS PROPOSTOS	124
TABELA 6 – DADOS DOS PROJETOS ÓTIMOS DOS NDVS DE MGD L PARA O CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE	125

LISTA DE SIGLAS

AG – Algoritmos Genéticos

DVA – *Dynamic vibration absorbers*

GDL – Grau de liberdade

MCK – Massa, amortecedor viscoso e mola

MEF – Método dos elementos finitos

MGDL – Múltiplos graus de liberdade

MK – Massa e mola

ND – Neutralizador dinâmico

NDV – Neutralizador dinâmico viscoelástico

TMD – *Tuned mass damper*

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Latino

Símbolo Descrição

a_i, b_i	Parâmetros que representam as propriedades do material viscoelástico
B	Módulo volumétrico
b_0	Constante do tempo de relaxação do material viscoelástico computado na temperatura de referência
b_1	Tempo de relaxação
b_1	Largura do neutralizador do tipo viga sanduíche
c	Constante de amortecimento viscoso
C	Matriz de amortecimento viscoso do sistema primário
$\tilde{C}(\Omega)$	Matriz de amortecimento do sistema composto
\hat{C}	Matriz de amortecimento viscoso do sistema primário truncada
\check{C}	Matriz com os coeficientes de amortecimento da parte elástica (metálica) do neutralizador tipo viga sanduíche
c_{cr}	Amortecimento modal crítico
$c_{eq}(\Omega)$	Amortecimento viscoso equivalente generalizado associada aos neutralizadores de 1 GDL
$C_{eq}(\Omega)$	Matriz de amortecimento viscoso equivalente do neutralizador
c_r	Amortecimento modal do sistema primário
C_V	Conjunto viável
d	Vetor de projeto relacionado às dimensões do neutralizador tipo viga sanduíche
e	Distância desde o fim da viga ao centro de gravidade da massa de sintonização do neutralizador do tipo pêndulo
E	Módulo de elasticidade (Módulo de Young)
$E_c(\Omega, T)$	Módulo de elasticidade complexo, função da frequência e da temperatura
$E_c(\Omega_0, T)$	Módulo de elasticidade complexo avaliado na frequência de referência
$E_{ca}(\Omega)$	Módulo de elasticidade aparente
$E_i(\Omega, T)$	Componente imaginária do módulo de elasticidade complexo

$E_r(\Omega, T)$	Componente real do módulo de elasticidade complexo (módulo de dinâmico)
E_0	Valor assintótico de $E_c(\Omega)$ quando Ω tende a 0
E_∞	Valor assintótico de $E_c(\Omega)$ quando Ω tende a ∞
$f(t)$	Força no domínio do tempo
$F(\Omega)$	Força no domínio da frequência
$F_{b_1}(\Omega)$	Componente do vetor $F_b(\Omega)$ correspondente a um dos graus de liberdade da base do NDV com valor de uma unidade
$F_{NDV}(\Omega)$	Vetor de força aplicado no NDV de MGD
G	Módulo de cisalhamento
$G(\Omega)$	Módulo dinâmico de cisalhamento função da frequência
$G_c(\Omega, T)$	Módulo de cisalhamento complexo, função da frequência e da temperatura
$G_{ca}(\Omega)$	Módulo de cisalhamento aparente
$G_i(\Omega, T)$	Componente imaginária do módulo de cisalhamento complexo
G_{mc}	Centro de gravidade da massa de sintonização do neutralizador do tipo pêndulo
$G_r(\Omega, T)$	Componente real do módulo de cisalhamento complexo (módulo dinâmico)
G_0	Valor assintótico de $G_c(\Omega)$ quando Ω tende a 0
G_∞	Valor assintótico de $G_c(\Omega)$ quando Ω tende a ∞
h	Espessura da camada viscoelástica no ensaio de cisalhamento puro
h_1	Altura da viga metálica do neutralizador do tipo viga sanduíche
h_2	Altura da camada viscoelástica do neutralizador do tipo viga sanduíche
$H(\Omega)$	Receptância
$H_{ks}(\Omega)$	Elemento genérico da receptância
I	Matriz identidade do sistema primário
\hat{I}	Matriz identidade truncada do sistema primário
K	Matriz de rigidez do sistema primário
$\tilde{K}(\Omega)$	Matriz de rigidez do sistema composto
$\tilde{K}(\Omega, T)$	Matriz de rigidez global do neutralizador do tipo viga sanduíche
\tilde{K}^*	Matriz de rigidez global e constante, para resolução do problema de autovalores e autovetores do neutralizador do tipo viga sanduíche
K_a	Rigidez dinâmica (inversa da receptância)

K_{aux}	Matriz de rigidez auxiliar avaliada para um módulo de elasticidade igual a 1 Pascal (N/m ²)
$k_b(\Omega)$	Rigidez dinâmica obtida na base do neutralizador
K_{cr}	Matriz de rigidez da parte da camada restritora do neutralizador tipo viga sanduíche
K_e	Matriz de rigidez da parte elástica (metálica) do neutralizador tipo viga sanduíche
$k_{eq}(\Omega)$	Rigidez equivalente generalizada do neutralizador
$K_{eq}(\Omega)$	Matriz de rigidez equivalente associada aos neutralizadores
K_m	Matriz de rigidez com valores somente na parte metálica do neutralizador tipo viga sanduíche
K_{ms}	Matriz de rigidez da parte da massa de sintonização do neutralizador tipo viga sanduíche
$K_{M_v}(\Omega, T)$	Matriz de rigidez da parte do material viscoelástico do neutralizador tipo viga sanduíche
$K_{M_{v_{aux}}}$	Matriz de rigidez auxiliar e constante, com valores somente nos graus de liberdade e conectividades da parte do material viscoelástico
$K_{M_v}^*$	Matriz de rigidez com valores na parte do material viscoelástico, para um módulo de elasticidade constante avaliado na frequência de referência, do neutralizador tipo viga sanduíche
$K_{M_v}^{**}(\Omega, T)$	Matriz de rigidez com valores na parte do material viscoelástico, para um delta do módulo de elasticidade complexo, do neutralizador tipo viga sanduíche
k_r	Rigidez modal do sistema primário
l	Comprimento da camada viscoelástica no ensaio de tração/compressão pura
L	Raio de giração da camada cisalhada do material viscoelástico ao redor do eixo neutro de flexão
L_1	Comprimento do neutralizador do tipo viga sanduíche
m	Massa do sistema primário de 1 GDL
M	Matriz de massa do sistema primário
$\tilde{M}(\Omega)$	Matriz de massa do sistema composto
\tilde{M}	Matriz de massa do neutralizador do tipo viga sanduíche

m_a	Massa do neutralizador
M_a^*	Vetor contendo as massas dos NDs para um determinado número de modos
m_b	Massa da base do neutralizador do tipo pêndulo
m_c	Massa de sintonização do neutralizador do tipo pêndulo
$M_a(\Omega)$	Massa dinâmica (inversa da inertância)
M_{cr}	Matriz de massa da parte da camada restritora do neutralizador tipo viga sanduíche
M_e	Matriz de massa da parte elástica do neutralizador tipo viga sanduíche
$m_{eq}(\Omega)$	Massa equivalente generalizada do neutralizador de 1 GDL
$M_{eq}(\Omega)$	Matriz de massa equivalente do neutralizador
M_{ms}	Matriz de massa da parte da massa de sintonização do neutralizador tipo viga sanduíche
M_{M_v}	Matriz de massa da parte do material viscoelástico do neutralizador tipo viga sanduíche
m_r	Massa modal do sistema primário
ms	Variável de projeto quanto à massa de sintonização do neutralizador do tipo viga sanduíche
m_{sp}	Massa total do sistema primário de MGD
M_v	Vetor de projeto relacionado ao material viscoelástico e sua respectiva espessura do neutralizador tipo viga sanduíche
n	Número de graus de liberdade do sistema primário
N	Vizinhança dentro do conjunto viável
\hat{n}	Número de graus de liberdade do sistema primário truncado
n_{MEF}	Número de graus de liberdade do NDV tipo viga sanduíche modelado via MEF
\hat{n}_{MEF}	Número de graus de liberdade truncados do NDV tipo viga sanduíche modelado via MEF
p	Número de neutralizadores dinâmicos
$P(\Omega)$	Vetor de coordenadas principais no domínio da frequência do sistema primário
$\hat{P}(\Omega)$	Vetor de coordenadas principais truncado

$\hat{P}_{NDV}(\Omega)$	Vetor de coordenadas principais truncado do neutralizador tipo viga sanduíche
$\hat{P}_{SC}(\Omega)$	Vetor de coordenadas principais truncada do sistema composto
$q(t)$	Vetor de coordenadas generalizadas do sistema primário no domínio do tempo
$Q(\Omega)$	Vetor de coordenadas generalizadas do sistema primário no domínio da frequência
$Q_{b_1}(\Omega)$	Componente do vetor $\hat{Q}_{NDV}(\Omega)$ correspondente à um dos graus de liberdade da base do NDV
$Q_{NDV}(\Omega)$	Vetor de deslocamentos do NDV de MGD
$q_1(t)$	Coordenada do deslocamento da massa de sintonização do neutralizador do tipo pêndulo elástico
$q_2(t)$	Coordenada da rotação da massa de sintonização do neutralizador do tipo pêndulo
s	Autovalores do sistema primário
S	Área carregada no ensaio de tração/compressão ou de cisalhamento do material viscoelástico
S'	Área não carregada no ensaio de tração/compressão do material viscoelástico
T	Temperatura de trabalho
T_0	Temperatura de referência
x	Vetor de variáveis de projeto
\tilde{x}	Vetor de projeto relacionado à localização do neutralizador tipo viga sanduíche sobre o sistema primário
x^l	Limite inferior das variáveis de projeto
x^u	Limite superior das variáveis de projeto
$x_b(t)$	Deslocamento na base do neutralizador no domínio do tempo
$X_b(\Omega)$	Deslocamento na base do neutralizador no domínio da frequência
w_2	Fator de ponderação da massa na função objetivo
$y(t)$	Deslocamento da base do neutralizador do tipo pêndulo
$Z_a(\Omega)$	Impedância mecânica (inversa da mobilidade)

Alfabeto Grego

Símbolo Descrição

α	Ordem fracionária da derivada
α_T	Função deslocamento
α_i, β_i	Parâmetro fracionário do material viscoelástico
β	Ordem fracionária da equação da derivada da equação diferencial constitutiva do material viscoelástico
β'	Constante adimensional do material viscoelástico
β^*, γ^*	Constante de proporcionalidade do modelo viscoso proporcional
$\gamma(\Omega)$	Deformação cisalhante variável na frequência
δ	Tamanho da vizinhança
$\varepsilon(t)$	Deformação função do tempo
$\varepsilon(\Omega)$	Deformação função da frequência
ε_a	Razão entre as frequências avaliadas e a frequência natural do neutralizador
$\eta(\Omega)$	Fator de perda
$\eta_E(\Omega, T)$	Fator de perda relacionado ao módulo de elasticidade
$\eta_G(\Omega, T)$	Fator de perda relacionado ao módulo de cisalhamento
θ_1, θ_2	Parâmetros do material viscoelástico determinados experimentalmente
ϑ	Fator geométrico do material viscoelástico (de forma)
Λ	Matriz de autovalores do sistema primário (matriz espectral)
$\hat{\Lambda}$	Matriz de autovalores do sistema primário truncada
$\hat{\Lambda}_{NDV}$	Matriz de autovalores do neutralizador tipo vida sanduíche truncada
μ	Relação de massas
ν	Coeficiente de Poisson
ξ_r	Razão de amortecimento modal
ρ	Densidade (massa específica)
$\sigma(t)$	Tensão função do tempo
$\sigma(\Omega)$	Tensão função da frequência
$\tau(\Omega)$	Tensão de cisalhamento variável na frequência
ϕ_0	Parâmetro associado ao tempo de relaxação na temperatura de referência e à ordem fracionária da derivada

ϕ	Autovetores do sistema primário
$\hat{\Phi}$	Autovetores do sistema primário truncado
$\hat{\Phi}_{NDV}$	Autovetores do neutralizador tipo viga sanduíche truncado
Ψ	Autovetores ortonormalizados do sistema primário
Ω	Frequência angular (rad/s)
Ω_1	Frequência inferior na faixa de interesse
Ω_2	Frequência superior na faixa de interesse
Ω_a	Frequência natural do neutralizador
$\mathbf{\Omega}_a$	Vetor contendo as frequências naturais de todos neutralizadores
Ω_r	Frequência natural do sistema primário
Ω_R	Frequência reduzida
Ω_t	Frequência de transição
Ω_0	Frequência de referência

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
1.1	OBJETIVOS.....	29
1.1.1	Objetivo geral.....	29
1.1.2	Objetivos específicos	30
1.2	JUSTIFICATIVA.....	30
1.3	ESTRUTURA DO TEXTO.....	31
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	33
2.1	MATERIAIS VISCOELÁSTICOS USADOS EM CONTROLE DE VIBRAÇÃO	33
2.2	NEUTRALIZADOR DINÂMICO	35
2.2.1	Neutralizador dinâmico simples	36
2.2.2	Neutralizador com múltiplos graus de liberdade	38
2.2.3	Localização ótima dos neutralizadores	39
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	43
3.1	COMPORTAMENTO DINÂMICO DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS	43
3.2	PARÂMETROS EQUIVALENTES GENERALIZADOS	49
3.2.1	Parâmetros equivalentes generalizados para um neutralizador simples	51
3.3	SISTEMAS LINEARES COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	54
3.3.1	Sistema primário de múltiplos graus de liberdade com modelo viscoso	54
3.3.2	Problema de autovalores não amortecidos	55
3.3.3	Modelo viscoso proporcional	56
3.3.4	Coordenadas principais – função resposta em frequência	57
3.4	NEUTRALIZADORES DINÂMICOS SIMPLES FIXADOS EM SISTEMAS PRIMÁRIOS DE MGD L	59
3.4.1	Truncamento modal	60
3.5	NEUTRALIZADOR COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	62
3.5.1	Modelagem numérica do neutralizador viscoelástico de MGD L	62
3.6	PROBLEMA DE PROJETO ÓTIMO	65
3.6.1	Introdução ao problema de otimização	65
3.6.2	Algoritmos genéticos (AG)	67
4	METODOLOGIA	68

4.1	MOTIVAÇÃO PARA A ESCOLHA DO MATERIAL VISCOELÁSTICO NO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO DOS NEUTRALIZADORES	68
4.2	MODELAGEM DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO SIMPLES	76
4.2.1	Cálculo das massas dos neutralizadores simples	76
4.2.2	Formulação do problema de projeto ótimo de NDVs de 1 GDL	79
4.3	MODELAGEM DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO DE MGD L	83
4.3.1	Sistema composto com neutralizador dinâmico viscoelástico de MGD L	90
4.3.2	Formulação do problema de projeto ótimo de NDVs de MGD L	91
4.3.3	Metodologia computacional para o projeto ótimo de NDVs de MGD L	96
4.4	VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DA METODOLOGIA DE PROJETO ÓTIMO DE NDVS DE MGD L	98
5	RESULTADOS	100
5.1	PROJETO ÓTIMO DE NDVS DE 1 GDL	100
5.2	VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA DE NDV DE MGD L	107
5.2.1	Validação da metodologia através de uma análise numérica e experimental de uma viga de alumínio livre-livre com <i>constrained layer</i>	107
5.2.2	Validação da metodologia através de uma análise numérica e experimental do projeto ótimo de um NDV de MGD L para o controle de uma viga de aço engastada-livre	110
5.3	PROJETO ÓTIMO DE NDVS SIMPLES E DE MGD L PARA O CONTROLE DE VIBRAÇÃO DE UMA VIGA ENGASTADA-LIVRE	117
5.3.1	Projeto ótimo de um NDV de MGD L com massa de sintonização para o controle de uma viga engastada-livre	117
5.3.2	Projeto ótimo de um NDV de MGD L com massa pontual (concentrada) para o controle de uma viga engastada-livre	119
5.3.3	Projeto ótimo de um NDV simples (1GD L) para o controle de uma viga engastada-livre	121
5.3.4	Comparação entre o projeto ótimo do NDV simples com os modelos de NDVs de MGD L para o controle de uma viga engastada-livre	122
6	CONCLUSÕES	127
6.1	PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	129

REFERÊNCIAS	131
APÊNDICE A - ALGORITMOS GENÉTICOS	143
APÊNDICE B – COMANDOS PARA O ANSYS	150

1 INTRODUÇÃO

A vibração é, via de regra, um movimento oscilatório de um sistema, ou de uma estrutura, em relação a uma condição de equilíbrio. Esse movimento decorre de ações dinâmicas aplicadas sobre esse sistema.

A presença de vibrações em estruturas é normalmente caracterizada como um problema sério em diversas aplicações, de modo que o controle das mesmas e seus ruídos irradiados tornam-se aspectos chave a serem considerados quando se trata do projeto de um sistema mecânico como máquinas, veículos, trens, prédios, pontes, entre outros, (CHOI e HAN, 2007; XING *et al.*, 2015). Nessas situações, se necessário, um sistema de controle de vibração deve ser aplicado com o intuito de reduzir os danos provenientes de elevados níveis de vibração.

As três técnicas mais populares aceitas e desenvolvidas para a área de controle de vibração na indústria são: amortecimento de vibração (LI *et al.*, 2000; YANG *et al.*, 2015), isolamento (LI *et al.*, 2012) e neutralizadores de vibração (DENG e GONG, 2008; SUN *et al.*, 2015). Os amortecedores suprimem as vibrações por dissipação da energia do sistema, já os isoladores de vibração evitam a transmissão da vibração de um sistema para outro, enquanto que o neutralizador de vibração reduz as vibrações impostas sobre o sistema primário através da força de reação e dissipação da energia vibratória, simultaneamente (SUN *et al.*, 2016).

Basicamente, sistemas de controle de vibração podem ser divididos como passivos (KORENEV e REZNIKOV, 1993; FISCHER, 2007; MASTRODDI *et al.*, 2012; CHEUNG *et al.*, 2015), ativos (FEI *et al.*, 2006; SUN *et al.*, 2007) e semiativos (WALSH e LAMANCUSA, 1992; ZUO e NAYFEH, 2004; MEGAHED e EL-RAZIK, 2010; LEE e CHEN, 2015; ZILLETTI e GARDONIO, 2015). Esses métodos de controle de vibração lidam diretamente com as propriedades físicas da estrutura, como a rigidez, a massa e o amortecimento, ou agindo ativamente na oscilação através da introdução de influências externas.

A estratégia de controle passivo de vibração age com uma mudança estrutural básica. Entre os numerosos dispositivos passivos, o neutralizador dinâmico (ND) é largamente utilizado. Os NDs, quando projetados convenientemente e fixados em pontos estratégicos em uma estrutura, reduzem os níveis de vibração de forma efetiva, em uma faixa de frequência previamente definida. Em geral, podem ser

modelados como um ressonador de massa, mola e amortecedor, e devido ao seu peso leve, podem ser facilmente instalados em qualquer tipo de estrutura.

A capacidade de absorver energia de vibração da estrutura a ser controlada é máxima na frequência de ressonância do ND, ou próxima a ela. Entretanto, os NDs podem perder sua eficiência quando pequenas mudanças ocorrem na respectiva estrutura “hospedeira”, comumente denominada por sistema primário. No projeto do sistema primário, podem-se levar em conta os níveis de vibração, ou seja, o projetista pode projetar uma estrutura com níveis baixos de vibração, sendo que, esse tipo de projeto depende altamente do ambiente externo a ela.

Contudo, no projeto de estruturas como os cabos de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica, prédios esbeltos e pontes, entre outros, é impossível garantir ausência de níveis elevados de vibração devido às intempéries. Nesses casos, o projetista já deve considerar, também, o projeto de um sistema de controle, em geral NDs. Por esta razão, há uma forte necessidade de formular procedimentos de projeto de NDs que visem melhorar o comportamento dinâmico de estruturas em uma banda de frequências, ao invés de uma única frequência definida. Para isto, as técnicas de otimização são muito úteis em identificar a melhor configuração dos NDs, ou seja, os parâmetros construtivos ótimos do dispositivo de controle (ASAMI *et al.*, 2002 e NISHIHARA e ASAMI, 2002).

Os neutralizadores do tipo massa, amortecedor e mola (MCK) são modelos teóricos e de difícil construção prática. Surgem, assim, os neutralizadores dinâmicos confeccionados com material viscoelástico (ESPÍNDOLA E SILVA, 1992). Esse tipo de neutralizador substitui os elementos de mola e amortecedor viscoso por um elemento viscoelástico. O material viscoelástico, além atuar com uma mola, introduz um fator dissipador de energia intrínseco e elevado, que pode ser muito importante no controle em banda larga de frequência.

Os neutralizadores dinâmicos viscoelásticos (NDVs) são de fácil construção, baixo custo, e produzem excelentes resultados na redução dos níveis de vibração, podendo ser construídos com grande versatilidade devido à evolução na fabricação de dispositivos com esses materiais (ESPÍNDOLA *et al.*, 2010). Recentemente, nos trabalhos de Bronkhorst *et al.* (2018), Voltolini *et al.* (2018), é possível ver aplicações no controle passivo de vibração utilizando esses dispositivos.

Muitas pesquisas vêm sendo desenvolvidas no estudo de sistemas de controle de vibração, em especial no projeto de NDs com um grau de liberdade (GDL) com amortecimento viscoso e viscoelástico. Entretanto, há uma quantidade muito menor de estudos que tratam o controle de vibração via neutralizadores de múltiplos graus de liberdade (MGDL). A vantagem em utilizar um dispositivo de MGDL é o acoplamento dos modos do neutralizar com o sistema que se deseja reduzir a vibração, podendo gerar um controle mais efetivo, especialmente quando muitos modos estão presentes. Exemplo deste tipo de dispositivo de MGDL pode ser observado nos trabalhos de Floody (2010) e Rodrigues (2016).

Neste contexto, a abordagem de se trabalhar no projeto ótimo de NDVs simples e de MGDL para o controle em banda larga de frequência e para uma determinada temperatura ambiente, considerando além dos parâmetros físicos, as posições e os materiais viscoelásticos ótimos dos NDVs, ainda não foi considerada. Esta abordagem trará um avanço na área de controle passivo de vibrações, pois permite conceber os dispositivos para atenuar a vibração de maneira mais eficiente, abrangendo várias possibilidades reais como a temperatura ambiente e as frequências excitadas no sistema a ser controlado.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

O presente estudo tem por objetivo desenvolver uma metodologia de projeto ótimo dos parâmetros físicos, posição e material viscolástico de um conjunto de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos (NDVs) simples (de 1 GDL) e de MGDL do tipo viga sanduíche (camada de metal/material viscoelástico/metálico), para o controle de vibrações de estruturas de MGDL, atendendo a faixas de banda estreita ou de banda larga e para uma determinada temperatura de trabalho.

Neste trabalho, no projeto ótimo dos NDVs, as variáveis de projeto variam continuamente para os parâmetros físicos dos dispositivos e discretamente para as posições e para os materiais viscoelásticos. Devido a essa necessidade, o algoritmo de otimização deve ser hábil para trabalhar com variáveis mistas simultaneamente. Neste caso, optou-se em utilizar o Algoritmo Genético (AG), que além de ser capaz de trabalhar com variáveis mistas, se mostra hábil na busca da solução ótima global.

1.1.2 Objetivos específicos

O objetivo geral pode ser detalhado nos seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver uma metodologia de projeto ótimo de NDVs de um e de múltiplos graus de liberdade, aplicando as características dinâmicas do material viscoelástico no modelo e considerando como variáveis de projeto os parâmetros físicos (como as frequências naturais ou as dimensões do neutralizador), as posições e os materiais viscoelásticos;
- Implementar computacionalmente um código com a metodologia proposta;
- Validar a metodologia através de comparações com resultados experimentais; e
- Aplicar a metodologia proposta de projeto ótimo de NDV de MGDL para o controle em banda larga de frequências e compará-la com outras metodologias como a de projeto ótimo de NDV simples.

1.2 JUSTIFICATIVA

As vibrações mecânicas podem ser favoráveis em várias aplicações, como as geradas por instrumentos musicais e por equipamentos vibratórios como escovas de dente elétricas ou bate-estacas. No entanto, em muitas situações, as vibrações são indesejáveis e, quando excessivas, podem apresentar consequências prejudiciais e desconfortos como ruídos desagradáveis. As máquinas sujeitas a elevadas amplitudes de vibração podem apresentar falhas prematuras por fadiga e desgaste, ou ainda, alguns ruídos gerados por motores podem ser desconfortáveis à audição humana, podendo até interferir na integridade física de quem usufrui ou opera tais equipamentos e estruturas de modo geral. À luz disso, a análise de vibrações tornou-se fundamental no projeto e desenvolvimento dos sistemas mecânicos de engenharia.

Neste contexto, alguns dispositivos de controle de vibração e ruído vêm sendo objeto de estudo de muitos pesquisadores, fazendo com que as amplitudes de vibração da estrutura em estudo sejam suficientemente pequenas. Neste âmbito, o neutralizador dinâmico de vibração concorre para o controle passivo de vibração e é o objeto de estudo da presente pesquisa.

O estudo do controle de vibrações já vem sendo realizado por diversos autores e a primeira publicação nessa área foi de Frahm (1909). Muito se evoluiu

nesses anos e vários trabalhos nesta área puderam evitar falhas precoces das estruturas e até mesmo desastres.

O presente estudo contribui no desenvolvimento de dispositivos que visam o controle passivo de vibração em estruturas de modo geral. Até aqui, vários autores vêm estudando este assunto, em especial no projeto de sistemas com um grau de liberdade com amortecimento viscoso. Entretanto, a abordagem de se trabalhar no projeto ótimo de NDVs com múltiplos graus de liberdade, que considera os parâmetros físicos dos NDVs, as posições e os materiais viscoelásticos ótimos, simultaneamente, ainda não foi abordada.

É possível prever que esta abordagem trará um avanço na área de controle passivo de vibrações, pois pretende conceber os dispositivos para atenuar a vibração de maneira mais eficiente, em especial para o controle em banda larga de frequências onde muitos modos estão presentes. São contempladas ainda, várias possibilidades reais, como a influência da temperatura e as frequências excitadas no sistema a ser controlado.

1.3 ESTRUTURA DO TEXTO

O presente capítulo apresentou uma introdução referente ao estudo do controle de vibração, mostrando sua importância e relevância para o desenvolvimento de projetos de neutralizadores dinâmicos de vibração. Os objetivos e a justificativa do presente estudo também foram apresentados neste capítulo.

O segundo capítulo possui a revisão bibliográfica, onde são explanadas as teorias e o histórico (estado da arte) de estudos sobre o modelo viscoelástico, neutralizadores dinâmicos, juntamente com trabalhos que relacionem estes temas e suas aplicações em projetos e análises estruturais.

No terceiro capítulo é apresentada a fundamentação teórica relacionada ao tema proposto.

No quarto capítulo é apresentada a metodologia proposta no presente estudo. Inicialmente apresenta-se o problema de otimização a ser resolvido considerando o projeto de neutralizadores simples e posteriormente o de MGD. A formulação do problema proposto também é apresentada nesse capítulo, onde é mostrada a metodologia para obtenção das propriedades dinâmicas do neutralizador e da rigidez dinâmica na base do neutralizador, que é utilizada para descrever o vetor de

coordenadas principais do sistema composto. A validação da metodologia é realizada através de experimentos utilizando materiais específicos, sendo apresentada nesse capítulo.

O quinto capítulo apresenta os resultados da presente metodologia e uma breve discussão de cada resultado.

O sexto capítulo é dedicado à conclusão da presente tese de doutorado, mostrando os pontos fortes e fracos da metodologia proposta e as sugestões para os trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo é dedicado ao estudo do estado da arte dos seguintes temas: modelo de comportamento de materiais viscoelásticos e neutralizadores dinâmicos de um e de múltiplos graus de liberdade para o controle em banda larga de frequências estruturais.

2.1 MATERIAIS VISCOELÁSTICOS USADOS EM CONTROLE DE VIBRAÇÃO

Os materiais viscoelásticos, particularmente os elastômeros, tem tomado uma grande importância na aplicação do controle passivo de vibração na indústria aeronáutica, civil, automotiva *etc.*, principalmente pela sua elevada capacidade em dissipar energia. Ademais, esse tipo de material pode ser produzido nas mais diversas formas tais como borrachas, vernizes e outros polímeros.

Dentre os métodos clássicos de controle de vibrações e ruído, três estão intimamente relacionados com o uso de materiais viscoelásticos: amortecimento (*links viscoelásticos* e *constrained layers*), isolamento e neutralização. Em projetos de controle eficazes é fundamental o conhecimento preciso do comportamento dinâmico desses materiais, especialmente, do módulo dinâmico (associado à energia armazenada no material) e do fator de perda (associado à energia dissipada no material). Essas propriedades são dependentes da frequência e da temperatura, dependência essa que, em determinadas faixas de interesse e para alguns materiais, é bastante acentuada.

A modelagem do comportamento viscoelástico linear utilizando derivadas fracionárias é um tema de bastante importância, principalmente porque elas têm provado ser uma ferramenta poderosa para descrever o comportamento dinâmico de vários materiais, utilizando poucos parâmetros. Isso é especialmente observado em aplicações para o controle de vibrações em banda larga de frequência e temperatura (CAPUTO e MAINARDI, 1971; BAGLEY, 1990; PRITZ, 1996; ROSSIKHIN e SHITIKOVA, 1998; MOREAU *et al.*, 2002; SURGULADZE, 2002; ESPÍNDOLA *et al.*, 2005).

Neste contexto, um modelo matemático foi introduzido por Scott Blair (1947), quanto à teoria e aplicações do cálculo fracionário. Bagley e Torvik (1983) utilizaram operadores de ordem fracionária para construir uma relação constitutiva geral da

viscoelasticidade para descrever o comportamento viscoelástico de sólidos. Este modelo foi ajustado de maneira satisfatória através de experimentos uniaxiais no domínio da frequência, utilizando somente quatro parâmetros. Beda e Chevalier (2004) desenvolveram um método gráfico para modelar o comportamento viscoelástico mediante o uso de derivadas fracionárias.

Com o desenvolvimento da tecnologia, o uso de materiais viscoelásticos no controle de vibração tem sido cada vez mais difundido, devido à facilidade em moldar esse tipo de material em qualquer formato. Pode-se adaptá-lo em, praticamente, qualquer estrutura de qualquer tamanho e forma (ESPÍNDOLA *et al.*, 2010).

Ross *et al.* (1959) apresentaram a primeira teoria generalizada para vigas compostas de metal e elastômero, com condição de contorno engastada-livre. Naquele trabalho, o cisalhamento do material viscoelástico é o principal mecanismo de dissipação de energia. O trabalho em questão serviu de base para a construção de modelos de determinação experimental das características dinâmicas dos materiais viscoelásticos. Di Taranto (1965) e Di Taranto e Blasingame (1967) também abordaram a teoria de vibração em vigas compostas, considerando vibrações forçadas e diferentes condições de contorno.

Ainda no âmbito de vigas compostas (metal e elastômero), Floody *et al.* (2007) usaram o método dos elementos finitos contendo, no domínio da frequência, uma matriz de rigidez complexa em função da frequência. Basicamente, a solução é realizada em duas etapas, onde a primeira se dá através da solução do problema de autovalores e autovetores para uma determinada frequência de referência, e em seguida, é realizada uma nova solução de autovalores e autovetores em um subespaço modal para qualquer frequência, onde esta última é menos dispendiosa computacionalmente tendo em vista que o subespaço modal é de ordem muito inferior ao problema inicial. A matriz de rigidez em função da frequência é obtida via método dos elementos finitos, entretanto, a metodologia proposta considera uma expansão por série de Taylor em torno da frequência de transição para obtenção dessa matriz para cada frequência.

Mais adiante, Grewal *et al.* (2013) modelaram a camada viscoelástica considerando um campo de deslocamento não-linear, via método dos elementos finitos, combinado com algoritmos de otimização para maximizar o amortecimento da camada viscoelástica.

Além do controle de vigas e placas utilizando material viscoelástico como o modelo de viga sanduíche, *constrained layer*, ou apenas camadas viscoelásticas aplicada à estrutura, há também a possibilidade em se projetar dispositivos como os neutralizadores dinâmicos viscoelásticos (NDVs). Snowdon (1968) foi quem utilizou pela primeira vez o modelo viscoelástico no projeto de NDVs, substituindo a mola e o amortecedor viscoso do sistema por esse material. Nesse contexto, Nashif (1973) avaliou o comportamento dos materiais viscoelásticos no estudo de controle de vibrações por NDVs. Esses dispositivos podem ser modelados com um ou múltiplos graus de liberdade e podem ser projetados com diferentes geometrias (alguns exemplos podem ser vistos em BAVASTRI, 1997; TAVARES, 2005; FLOODY, 2010 e RODRIGUES, 2016).

2.2 NEUTRALIZADOR DINÂMICO

A natureza apresenta formas de solucionar problemas. A arte de observar os fenômenos e procurar explicá-los com a intenção de utilizá-los na resolução de questões práticas já é bem antiga. Com relação aos neutralizadores dinâmicos, verifica-se que a natureza já os apresentava há milhares de anos, como é possível constatar ao observar o animal pica-pau que bate seu bico numa frequência que pode superar 20 Hz. Entretanto, este não sofre dano e isso se deve ao fato de haver um dispositivo natural encontrado na sua cavidade cerebral (HUNT, 1979). Essa cavidade faz uso do princípio dos neutralizadores dinâmicos de vibração, que são sistemas simples que, quando fixados numa estrutura (sistema primário), reduzem seus níveis de vibração (BAVASTRI *et al.*, 2004).

Acerca desses dispositivos, sua primeira referência foi observada em 1883 por Watts. Contudo, Frahm, em 1909, foi quem desenvolveu um dispositivo utilizado para reduzir o balanço de navios de guerra. Já o primeiro trabalho publicado e que possuía certa profundidade nesse assunto o realizado por Ormondroyd e Den Hartog (1928) com modelos massa e mola (MK) e MCK e estudado por vários autores como Snowdon (1968), Harris e Crede (1976) e Hunt (1979), entre outros. Nessas análises, foram considerados o sistema primário sem amortecimento e o neutralizador com e sem amortecimento viscoso. O objetivo era o de encontrar os parâmetros do dispositivo de controle (massa, rigidez e amortecimento viscoso) com o intuito de minimizar a vibração do sistema primário.

Os modelos de neutralizadores MK e MCK são limitados e podem não ser hábeis a lidar com sistemas complexos (SILVA, 1991). Portanto, o modelo de ND viscoelástico é uma solução atrativa para o controle de sistemas complexos.

2.2.1 Neutralizador dinâmico simples

Desde o seu surgimento, o controle de vibração utilizando neutralizadores dinâmicos vem sendo objeto de estudo de diversos autores, como Ayorinde e Warburton (1980), Özgüven e Çandir (1986), Kunieda *et al.* (1987), Yamaguchi *et al.* (1993), Kaljevic *et al.* (1993), Cheung e Wong (2011) e Chun *et al.* (2015), que desenvolveram trabalhos para a aplicação de neutralizadores em sistema de um e/ou dois graus de liberdade.

Espíndola e Silva (1992) desenvolveram uma metodologia para generalizar o problema de projeto ótimo de um conjunto de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos, introduzindo o conceito de parâmetros equivalentes generalizados. Bavastri (1997) aplicou este conceito no controle em banda larga de estruturas complexas em sua tese.

Rade e Steffen (2000) apresentaram uma técnica de subestrutura para minimizar a vibração de um sistema de múltiplos graus de liberdade em certas faixas de frequências. O projeto ótimo de neutralizadores simples para o controle de vibração em vigas e placas foi estudado por Jacquot (2001), Bonsel *et al.* (2004), Cheung e Wong (2009), Ouled *et al.* (2010), Fey *et al.* (2010), entre outros.

No âmbito de concepção de neutralizadores de vibrações, estes podem ser otimizados de acordo com um critério escolhido para atender os requisitos de uma determinada aplicação, de forma adequada. Um dos índices de desempenho mais comuns de otimização é o critério H^∞ (DEN HARTOG, 1956; REN, 2001; ASAMI *et al.*, 2002; LIU e LIU, 2005; WONG e CHEUNG, 2008; CHATTERJEE, 2010; CHEUNG e WONG, 2009 e 2011; CHEUNG *et al.*, 2012). Este minimiza a máxima amplitude de vibração, isto é, a norma H^∞ , do sistema primário e pode lidar melhor com um sistema de vibração sob excitações senoidais. Se o sistema primário for submetido a uma excitação randômica, o índice de desempenho comumente utilizado é o critério H_2 de otimização (WARBURTON, 1981 e 1982; NISHIHARA e ASAMI, 2002; CHEUNG e WONG, 2009 e 2011; CHEUNG *et al.*, 2012), que visa reduzir a energia de vibração total do sistema sob excitação de um ruído branco. Nesse critério de otimização, a

norma H_2 é minimizada, isto é, a área debaixo da curva da função de resposta em frequência do sistema primário.

No entanto, ambos os critérios, H^∞ e H_2 , são feitos para atuar em apenas um modo de vibração do sistema primário (CHEUNG *et al.*, 2015). Wong (2016) compara as vantagens e as limitações entre a abordagem H^∞ e a técnica dos pontos fixos para um sistema de um grau de liberdade. A técnica dos pontos fixos, proposta por Den Hartog (1956) para um sistema MCK, diz que, para um sistema primário sem amortecimento, a resposta do sistema composto para diferentes amortecimentos passa sempre por dois pontos bem definidos. Posteriormente, esta técnica foi aplicada por Snowdon (1968) considerando um sistema com material viscoelástico no lugar da mola e amortecedor. Segundo Snowdon (1968), a sintonização dos neutralizadores dinâmicos é mais efetiva quando os máximos valores da resposta do sistema primário são iguais e coincidem com os pontos fixos. Este valor de resposta será excedido para qualquer sintonização do neutralizador diferente daquela.

Bavastri (1997) compara a técnica dos pontos fixos com uma técnica de otimização não-linear aplicada ao controle de um sistema de um grau de liberdade sem amortecimento. O autor notou que o ponto ótimo obtido por ambas as técnicas é praticamente o mesmo, nesse caso. Entretanto, considerando um sistema primário com um alto valor de amortecimento, a técnica dos pontos fixos não consegue igualar os picos de máximo da resposta, pois o neutralizador é sintonizado partindo de uma premissa errônea ao se considerar que existem pontos fixos, concluindo que a técnica de programação não linear se demonstra mais ampla que a dos pontos fixos.

No presente estudo, utiliza-se um algoritmo de otimização para buscar os parâmetros ótimos do NDV, através da minimização, da norma, dos máximos valores de amplitudes da função das coordenadas principais do sistema composto, considerando um sistema primário com MGD. Para uma melhor compreensão desta função objetivo, vide seção 4.2.2. Considerando o NDV de MGD, o processo de sintonização dos neutralizadores se torna mais delicado quando este é acoplado com todos os modos de vibrar do sistema primário. Isso foi identificado inicialmente no estudo de vigas (YOUNG, 1952; SNOWDON, 1968) e posteriormente no controle de placas (JACQUOT e SOEDEL, 1970; JACQUOT, 1976; NICHOLSON e BERGMAN, 1986).

2.2.2 Neutralizador com múltiplos graus de liberdade

Os neutralizadores dinâmicos simples possuem um único grau de liberdade. Eles possuem um arranjo de massa e rigidez sintonizadas, posicionadas na direção da força de excitação. Entretanto, em muitos problemas práticos de vibração, o sistema a ser controlado é de múltiplos graus de liberdade e o controle dessa vibração pode ser realizado, com vantagens, por um dispositivo de múltiplos graus de liberdade.

Os neutralizadores dinâmicos com MGDL podem ser mais hábeis a controlar a vibração de estruturas complexas, pois as frequências de ressonância e os modos de vibrar do neutralizador MGDL podem ser sintonizados com as do sistema primário, tornando o controle mais efetivo (HARRIS, 2003) em banda ampla de frequências onde várias frequências naturais do sistema primário estão presentes.

A fim de controlar sistemas de MGDL, muitos pesquisadores têm se concentrado em utilizar um único ou um conjunto de neutralizadores simples. Sadek *et al.* (1997) projetaram otimamente um dispositivo do tipo *tuned mass damper* (TMD), também chamados de absorvedores dinâmicos de vibração (*dynamic vibration absorbers* DVA), a fim de controlar sistemas de um ou múltiplos graus de liberdade, onde os parâmetros otimizados foram a frequência e a razão de amortecimento do dispositivo TMD. Neste contexto, Zuo e Nayfeh (2004) desenvolveram TMDs com 2 graus de liberdade para o controle de estruturas de MGDL, maximizando o menor amortecimento ao longo de uma faixa de frequências prescrita.

A utilização de um neutralizador MGDL considerando um único corpo pode ser muito simplificada quando se toma uma adequada geometria. Jang e Choi (2007) apresentaram um método de projeto de uma geometria simples de DVAs com MGDL, nos quais, conjuntos de três molas posicionadas ortogonalmente em relação à massa, são usados para simplificar a matriz de rigidez. O mesmo exemplo utilizado por Zuo e Nayfeh (2004) foi apresentado, mostrando resultados semelhantes através dessa metodologia.

No estudo de controle de linhas de transmissão, tem se utilizado os dispositivos denominados *Stockbridge* (inventados em 1928). Basicamente, o *Stockbridge* consiste em um sistema massa e mola (MK), com baixo amortecimento e o controle se dá apenas ao redor das frequências naturais, por isso o neutralizador foi idealizado para ser de MGDL (BAVASTRI *et al.*, 2004). Em geral, um neutralizador

Stockbridge é composto por duas vigas (cordoalha composta por fios de aço e alumínio) colineares e uma massa rígida de sintonização disposta na extremidade livre de cada viga. Cada conjunto de cordoalha e massa pode ser modelado com dois graus de liberdade, um de translação e outro de rotação, e muitas vezes são assimétricos, com objetivo de ser eficientes em uma faixa de frequências, de interesse no mundo inteiro, entre 10 a 100 Hz. Assim, para reduzir a vibração em toda a faixa de interesse, o neutralizador *Stockbridge* assimétrico pode ter 4 graus de liberdade. Espíndola e Silva (1992) e Bavastri *et al.* (2004) utilizaram NDVs simples que, devido ao seu alto amortecimento, por conta do material viscoelástico, são capazes de dissipar a energia proveniente da vibração dos cabos de linhas de transmissão, aumentando a vida útil dos cabos e do próprio sistema de controle.

Outro tipo de dispositivo utilizado na prática para reduzir os níveis de vibrações em estruturas são os neutralizadores do tipo pêndulo, como, por exemplo, os dispositivos de amortecimento e massa sintonizada instalados em edifícios altos (FISCHER, 2007 e MATTA e STEFANO, 2009), e absorvedores do tipo pêndulo centrífugo para neutralizar efeitos torcionais (ALSUWAIYAN e SHAW, 2002; DEMEULENAERE *et al.*, 2005; OLSON e SHAW, 2010). Esse tipo de dispositivo vem sendo objeto de estudo de vários pesquisadores (HAXTON e BARR, 1972; CARTMELL e LAWSON, 1994; CUVALCI e ERTAS, 1996; VYAS e BAJAI, 2001; SONG *et al.*, 2003; RIFAI *et al.*, 2007; FISCHER, 2007; GUS'KOV *et al.*, 2008; WU *et al.*, 2011; WU e SIAO, 2012; WANG e HUNG, 2015).

A inserção dos neutralizadores na estrutura modifica a resposta modal do sistema (FULLER *et al.*, 1997) e, portanto, necessita de uma seleção adequada dos parâmetros dos neutralizadores, tais como seus parâmetros físicos (frequência, geometria, amortecimento, entre outros) e suas localizações no sistema primário. Isso torna ainda mais interessante à utilização de técnicas de otimização para detectar esses parâmetros da maneira mais adequada possível.

2.2.3 Localização ótima dos neutralizadores

Os parâmetros ótimos dos neutralizadores dinâmicos viscoelásticos basicamente consistem nas frequências ótimas ou nos parâmetros físicos (geometria) desses dispositivos. Entretanto, considerando o sistema primário de MGD, o posicionamento desses dispositivos influencia diretamente no controle de vibração.

Por isso, posicioná-los adequadamente numa estrutura requer um procedimento muito cuidadoso, que resultará no nível de sucesso do controle da vibração.

Alguns pesquisadores têm proposto métodos sistemáticos para determinar a localização ótima dos dispositivos de controle de vibração através da minimização de funções relacionadas com a dinâmica da estrutura a controlar. Dentre esses trabalhos, se destacam Takewaki (1997) e Takewaki *et al.* (1999).

Os métodos de busca sequenciais são utilizados para a determinação da localização ótima de neutralizadores de vibração para prédios esbeltos no estudo de Zhang e Soong (1992), Agrawal e Yang (1998), e Shukla e Datta (1999). Nesses métodos sequenciais, a localização dos neutralizadores é determinada de tal forma que ela produza a maior redução possível na resposta em frequência da estrutura primária. Outros neutralizadores são então adicionados até que se chegue a um nível de resposta em frequência desejado.

No controle de vibração de estruturas do tipo treliça, o problema de localização ótima de neutralizadores tem sido também investigado, nas quais os dispositivos de controle são localizados em pontos discretos. Furuya e Haftka (1993) e Liu e Begg (1999) focaram suas investigações nesse campo. Já o problema de localização ótima de dispositivos de controle para outros tipos de estruturas, incluindo vigas contínuas, foi investigado por Hiramoto *et al.* (2000) e Jacquot (2004), e para estruturas planas do tipo placas, foi estudado por Abdullah (2000).

Brennan e Dayou (2000) desenvolveram uma expressão para o amortecimento ótimo de neutralizadores e estudaram a localização desse tipo de dispositivo. Howard *et al.* (2005) implementaram um algoritmo genético (AG) para otimização da localização e rigidez de TMDs e de ressonadores de Helmholtz, para o controle vibro-acústico de uma cavidade retangular simples e de uma carenagem de veículos de lançamento, de escala representativa.

Silva (2005) utilizou uma programação híbrida para o controle de vibração através de NDVs atuando em uma placa metálica. Inicialmente, gera-se uma pequena população, via algoritmos genéticos, com as localizações dos NDVs, e com uma técnica de programação não linear, identificam-se as frequências naturais ótimas do neutralizador para cada posição da corrente população, até que o algoritmo atenda a um critério de parada. Nesse trabalho, a otimização via programação não linear está inserida dentro do AG.

Outros estudos, como o projeto de cavidades acústicas complexas como a cabine ou compartimento de passageiros de aviões, são tópicos importantes no desenvolvimento de dispositivos para o controle de ruído. Nesse caso, algumas questões fundamentais são levantadas, como identificar a localização ótima de cada dispositivo a fim de obter a maior redução do ruído.

Nesse sentido, Li e Cheng (2007) e Li *et al.* (2007) observaram que o controle de ruído é sensível ao posicionamento dos ressonadores e, para solucionar esse problema, desenvolveram um método de projeto sequencial para determinar a localização ótima dos mesmos. Yu e Cheng (2009) otimizaram a localização de ressonadores para reduzir a máxima pressão sonora numa banda de frequência utilizando o algoritmo de otimização *simulated annealing*.

Totaro e Guyader (2012) propuseram uma ferramenta para identificar o melhor posicionamento em uma dada superfície de material absorvedor para o controle de ruído, sendo aplicável também na otimização de ressonadores do tipo Helmholtz. Nessa linha de pesquisa, Kanke (2017) avaliou o posicionamento ótimo de elementos viscoelásticos sobre uma placa plana através de um processo de otimização topológica, com o objetivo de reduzir a vibração da placa.

D'Amico *et al.* (2015) apresentaram uma estratégia eficiente para melhorar o comportamento dinâmico de uma estrutura em banda larga de frequências. Eles utilizaram AG para identificar a frequência ótima e a localização do absorvedor dinâmico, através de um método de baixo custo computacional para o controle de ruído e de vibração de estruturas.

Em muitos casos práticos, quando se têm poucos modos a controlar, é possível escolher os pontos de localização a partir de um universo restrito de possibilidades, definido pela discretização do problema por elementos finitos ou na análise modal experimental, por exemplo. Esse posicionamento pode ser realizado em um ponto da estrutura que possua uma amplitude elevada do modo de vibrar.

No entanto, em um controle em banda larga de frequência, a densidade modal do sistema a controlar é elevada na faixa de interesse; conseqüentemente, o universo de soluções para a localização ótima fica muito amplo e em muitos casos não é possível identificá-lo visualmente. É justamente nesses casos que a metodologia da otimização da posição deve atuar, no sentido de dar uma solução ao projeto ótimo dos dispositivos de controle.

Para Arora (2004), os algoritmos de otimização podem ser divididos em duas categorias: determinísticos e estocásticos. Os algoritmos determinísticos realizam uma busca exaustiva da solução mínima global sobre o conjunto viável. Já os algoritmos estocásticos aplicam variações randômicas em sua busca pela solução ótima global.

Dentre os algoritmos estocásticos, destaca-se o AG, que tem sido aplicado a diversos problemas de otimização na engenharia. Esta técnica foi aplicada pela primeira vez por Holland (1975) e posteriormente por Goldberg e Samtani (1986), a fim de otimizar estruturas visando o menor peso sob restrições de tensão.

O AG é capaz de lidar com variáveis discretas e contínuas, simultaneamente, além de ser um ótimo aliado na busca da solução ótima global, através da atuação dos operadores genéticos de cruzamento, reprodução e mutação. Esta é a ferramenta utilizada no processo de otimização dos NDVs e sua formulação pode ser vista no Apêndice A.

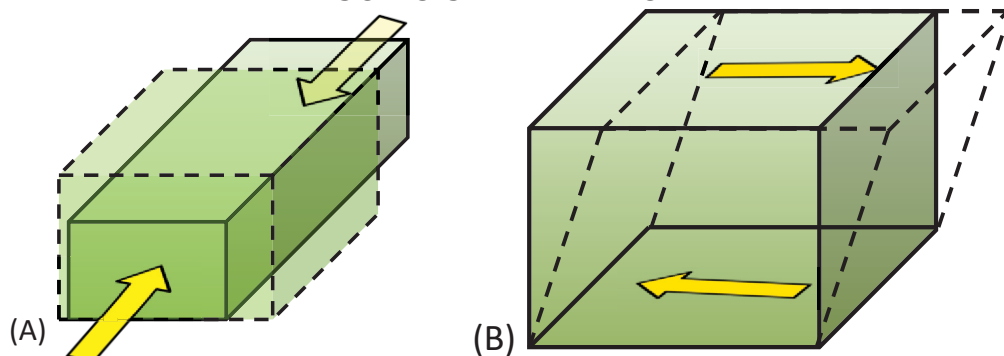
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, são introduzidos o modelo viscoelástico, a teoria geral para o projeto de neutralizadores dinâmicos com um e múltiplos graus de liberdade, para o controle de vibrações em sistemas de múltiplos graus de liberdade, e o problema padrão de otimização.

3.1 COMPORTAMENTO DINÂMICO DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Os materiais puramente elásticos sofrem deformações em função da tensão aplicada no material. Existem dois tipos fundamentais de deformação que os materiais podem sofrer: as deformações longitudinais (FIGURA 1a), de tração e compressão, em que o material sofre variação do volume, mas não da forma, e as deformações cisalhantes (FIGURA 1b), em que há variação da forma, mas não do volume.

FIGURA 1 – DEFORMAÇÃO DE UM ELEMENTO (A) SOB COMPRESSÃO E (B) SOB CISALHAMENTO.



FONTE: O autor (2019)

As deformações cisalhantes são descritas pelo módulo de cisalhamento G e as volumétricas pelo módulo volumétrico B (Snowdon, 1968). Geralmente, o estado de deformação do material é a combinação de ambas as deformações, podendo predominar uma delas.

A relação entre os módulos de elasticidade transversal (módulo de cisalhamento) e longitudinal para materiais com comportamento linear é definida através do coeficiente de Poisson, ν , em que

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1, \quad (1)$$

onde E corresponde ao módulo de elasticidade longitudinal, também chamado módulo de Young e G é o módulo de elasticidade transversal (ou módulo de cisalhamento).

Em materiais viscoelásticos, que possuem comportamentos elástico e viscoso, geralmente a tensão é uma função da deformação, da taxa de deformação, das derivadas temporais de ordem superior da deformação e das derivadas temporais de tensão. A relação que envolve a tensão e a deformação e suas derivadas no tempo é denominada equação constitutiva ou reológica de estado (CRUZ, 2004).

Para pequenas deformações, a equação constitutiva de um material viscoelástico linear pode ser expressa como uma equação diferencial linear com coeficientes constantes. Ademais, o ângulo de fase e a razão de amplitude dos sinais de tensão e deformação são propriedades do material, que constituem funções dependentes da frequência e da temperatura.

Quando um material viscoelástico linear é submetido às tensões e deformações variantes no tempo, as deformações fundamentais não podem ser relacionadas com a tensão através de uma simples constante de proporcionalidade. Esse comportamento pode ser descrito através de uma equação diferencial ordinária $\sigma(t)$ e $\varepsilon(t)$, de ordem arbitrária (WILLIAMS, 1962; SNOWDON, 1968; JONES, 1980) como:

$$\left(b_0 + \sum_{i=1}^n b_i \frac{d^{\alpha_i}}{dt^{\alpha_i}} \right) \sigma(t) = a_0 \varepsilon(t) + \left(\sum_{i=1}^m a_i \frac{d^{\beta_i}}{dt^{\beta_i}} \right) \varepsilon(t), \quad (2)$$

onde n , m , a_0 , a_i , b_0 e b_i são parâmetros associados ao modelo reológico adotado, $\sigma(t)$ e $\varepsilon(t)$ correspondem a função da tensão e função da deformação, respectivamente, α_i e β_i são os parâmetros fracionários materiais, t é o tempo, $\frac{d^{\beta_i}}{dt^{\beta_i}}(\cdot)$ é o operador diferencial de ordem fracionária β_i , dada por $\beta_i = m + \beta - 1$, onde está contido no intervalo $0 < \beta < 1$ e $\frac{d^{\alpha_i}}{dt^{\alpha_i}}(\cdot)$ é o operador diferencial de ordem fracionária α_i , dada por $\alpha_i = n + \alpha - 1$, onde está contido no intervalo $0 < \alpha < 1$.

Conforme Bagley e Torvik (1979), para $n \geq 2$ e $m \geq 2$ a equação (2) modela de forma adequada os materiais viscoelásticos com forte dependência da frequência. Os materiais viscoelásticos comumente utilizados na engenharia podem ser modelados de forma satisfatória considerando $n = m = 1$, e também se pode simplificar $\alpha_i = \beta_i$, assim, a equação (2) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$b_0\sigma(t) + b_1 \frac{d^\beta \sigma(t)}{dt^\beta} = a_0\varepsilon(t) + a_1 \frac{d^\beta \sigma(t)}{dt^\beta} \varepsilon(t). \quad (3)$$

Ao adotar $n = 1$ na equação constitutiva (2), assume-se a utilização do modelo viscoelástico de Zenner.

No presente trabalho a dinâmica do sistema composto é obtida no domínio da frequência. A equação (3) pode ser reescrita no domínio da frequência através de uma transformada de Fourier como:

$$b_0\sigma(\Omega) + b_1(i\Omega)^\beta \sigma(\Omega) = a_0\varepsilon(\Omega) + a_1(i\Omega)^\beta \varepsilon(\Omega), \quad (4)$$

sendo Ω a frequência em rad/s e $i = \sqrt{-1}$.

Portanto, a relação entre tensão e deformação no domínio da frequência pode ser escrita como:

$$E_c(\Omega) = \frac{\sigma(\Omega)}{\varepsilon(\Omega)} = \frac{a_0 + a_1(i\Omega)^\beta}{b_0 + b_1(i\Omega)^\beta}. \quad (5)$$

O termo $E_c(\Omega)$ é denominado módulo de elasticidade complexo do material. Com o objetivo de obtê-lo em função de quatro parâmetros materiais como apresentado por Pritz (1996), definiu-se $b_0 = 1$ $a_0 = E_0$ e separando a soma da equação (5) em dois termos, multiplica-se o segundo termo por b_1/b_1 e definindo $\frac{a_1}{b_1} = E_\infty$, a equação (5) pode ser reescrita como:

$$E_c(\Omega) = \frac{\sigma(\Omega)}{\varepsilon(\Omega)} = \frac{E_0 + E_\infty b_1(i\Omega)^\beta}{1 + b_1(i\Omega)^\beta} \quad (6)$$

onde E_0 , E_∞ , b_1 e β são os parâmetros do material viscoelástico obtidos experimentalmente, sendo que E_0 e E_∞ são valores assintóticos da parte real de $E_c(\Omega)$ quando Ω tende a 0 e Ω tende a ∞ , respectivamente, β é a ordem fracionária a derivada que aparece na equação diferencial constitutiva do material viscoelástico e $b_1 = (b_0\alpha_T(T))^\beta$ é a constante do tempo de relaxação do material, sendo b_0 computado na temperatura de referência T_0 , e $\alpha_T(T)$ é conhecido como fator de deslocamento.

No presente estudo, considera-se a hipótese de um material viscoelásticos termoreologicamente simples. Assim, a variação da temperatura gera um deslocamento na curva que representa seu comportamento no domínio da frequência. Uma expressão normalmente utilizada para computar essa função de deslocamento é descrita por (FERRY, 1980):

$$\log_{10} \alpha_T(T) = \frac{-\theta_1(T - T_0)}{(\theta_2 + T - T_0)}, \quad (7)$$

onde θ_1 e θ_2 são constantes a serem determinadas experimentalmente.

A equação 6 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$E_c(\Omega, T) \approx \frac{E_0 + E_\infty \phi_0 (i\Omega_R)^\beta}{1 + \phi_0 (i\Omega_R)^\beta}, \quad (8)$$

onde $\phi_0 = b_0^\beta$ e $\Omega_R = \Omega \alpha_T(T)$, conhecida como frequência reduzida.

Lazan (1968), Ferry (1980) e Nashif *et al.* (1985) comprovaram que este módulo é também dependente da temperatura (T). Portanto, sua representação mais geral pode ser expressa pela equação:

$$E_c(\Omega, T) = E_r(\Omega, T) + iE_i(\Omega, T), \quad (9)$$

sendo $E_r(\Omega, T)$ e $E_i(\Omega, T)$ a parte real e imaginária do módulo complexo $E_c(\Omega, T)$, respectivamente.

Considerando cisalhamento puro, o módulo de elasticidade transversal (módulo de cisalhamento) pode ser expresso por:

$$G_c(\Omega, T) = G_r(\Omega, T) + iG_i(\Omega, T), \quad (10)$$

sendo $G_r(\Omega, T)$ a parte real do módulo de cisalhamento, associada a energia armazenada pelo material viscoelástico, e $G_i(\Omega, T)$ a parte complexa do módulo de cisalhamento, correspondendo à energia dissipada.

Outras formas de expressar os módulos complexos de elasticidade e de cisalhamento são:

$$\begin{aligned} E_c(\Omega, T) &= E_r(\Omega, T)(1 + i\eta_E(\Omega, T)) \text{ e} \\ G_c(\Omega, T) &= G_r(\Omega, T)(1 + i\eta_G(\Omega, T)), \end{aligned} \quad (11)$$

onde $\eta_E(\Omega, T)$ e $\eta_G(\Omega, T)$ são denominados fatores de perda e resultam, respectivamente, em:

$$\eta_E(\Omega, T) = \frac{E_i(\Omega, T)}{E_r(\Omega, T)} \text{ e}$$

$$\eta_G(\Omega, T) = \frac{G_i(\Omega, T)}{G_r(\Omega, T)}. \quad (12)$$

De acordo com Snowdon (1968), para borrachas em geral, o fator de perda $\eta_E(\Omega, T)$ é igual a $\eta_G(\Omega, T)$. Isso também vale para alguns materiais metálicos.

A rigidez complexa de um elemento de material viscoelástico pode ser representada, de maneira geral, como (NASHIF *et al.*, 1985):

$$K_c(\Omega) = \vartheta G_{ca}(\Omega), \quad \text{ou} \quad K_c(\Omega) = \vartheta E_{ca}(\Omega) \quad (13)$$

sendo ϑ um fator geométrico. Para cisalhamento puro $\vartheta = S/h$ e para compressão ou tração pura $\vartheta = 3S/l$, onde S é a área carregada, l é o comprimento e h é a espessura da camada viscoelástica.

Em peças complexas, de formas irregulares, o fator de forma ϑ pode ser determinado experimentalmente. Já $G_{ca}(\Omega)$ e $E_{ca}(\Omega)$ correspondem ao módulo aparente de cisalhamento e de elasticidade, respectivamente.

Conforme Nashif *et al.* (1985), para elementos expostos a compressão ou tração pura, $E_{ca}(\Omega) = k_t E_c(\Omega)$, onde

$$k_t = \left[1 + \beta' \left(\frac{S}{S'} \right)^2 \right], \quad (14)$$

sendo S' a área não carregada do elastômero e β' uma constante adimensional, igual a aproximadamente 2 para um elastômero não preenchido e 1,5 para um elastômero preenchido.

Para elementos expostos a cisalhamento puro, $G_{ca}(\Omega) = k_s G_c(\Omega)$, onde

$$k_s = \frac{1}{1 + L^2/36r^2} \quad (15)$$

sendo L o raio de giração da camada de seção transversal cisalhada ao redor do eixo neutro de flexão. Para uma área cisalhada retangular $r = 1/\sqrt{12}$.

Em geral, para materiais trabalhando em cisalhamento toma-se $k_s \cong 1$. Já para compressão ou tração, este fator pode ser muito grande, principalmente se a área livre for muito menor que a área carregada. Até aqui, observa-se que o conhecimento necessário das características de um material está relacionado com $G_c(\Omega, T)$ ou $E_c(\Omega, T)$ e o fator de perda correspondente.

Para que este modelo produza valores condizentes com a realidade do comportamento dinâmico de um material viscoelástico, considera-se positiva a razão de energia dissipada internamente. Nota-se que $E_c(\Omega, T)$ é hermitiano, ou seja, sua parte real é uma função par e seu argumento $\eta(\Omega)$ é ímpar, o que garante a existência da transformada inversa de Fourier de $E_c(\Omega, T)$ (CRUZ, 2004).

Em muitos casos, do ponto de vista construtivo, os neutralizadores são produzidos de maneira que o material viscoelástico trabalhe em cisalhamento. Posto isto, a equação 6 pode ser escrita em função do módulo de cisalhamento complexo:

$$G_c(\Omega) = \frac{\tau(\Omega)}{\gamma(\Omega)} \approx \frac{G_0 + G_\infty b_1 (i\Omega)^\beta}{1 + b_1 (i\Omega)^\beta}, \quad (16)$$

sendo $\tau(\Omega)$ a tensão de cisalhamento e $\gamma(\Omega)$ a deformação cisalhante.

A parte real deste módulo de cisalhamento complexo $G_c(\Omega)$, em geral, aumenta com a frequência e diminui com o aumento da temperatura. Em contrapartida, o fator de perda $\eta_G(\Omega, T)$ aumenta com a frequência até um valor máximo e então passa a diminuir. Este ponto de máximo corresponde, aproximadamente, à maior inclinação (derivada) da curva da parte real $G(\Omega, T)$.

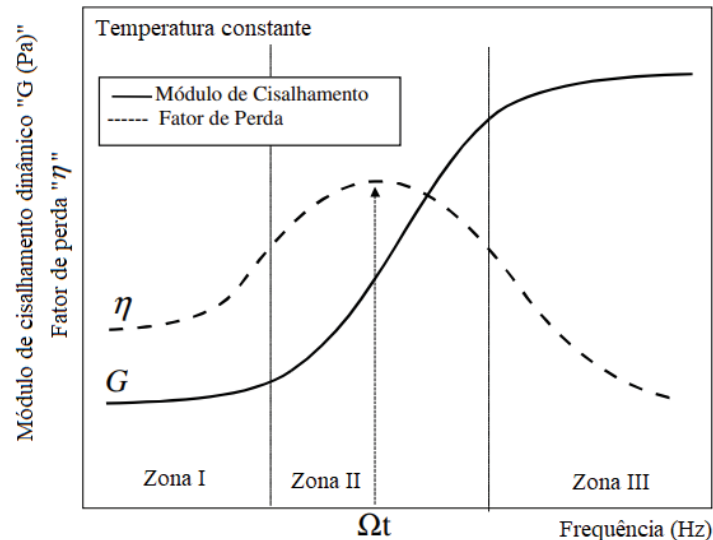
A equação 16, de forma similar a equação 15, pode ser reescrita como:

$$G_c(\Omega, T) \approx \frac{G_0 + G_\infty \phi_0 (i\Omega_R)^\beta}{1 + \phi_0 (i\Omega_R)^\beta}. \quad (17)$$

A FIGURA 2 apresenta o comportamento de um elastômero com variação da frequência à temperatura constante. Nesta figura, a frequência Ω_t é conhecida como frequência de transição, pois a partir deste ponto o material viscoelástico perde sua resiliência assumindo um comportamento vítreo. Existem três zonas definidas na Figura 2: A primeira ocorre quando a temperatura de transição é bem menor que a temperatura ambiente ou a frequência de transição é relativamente elevada (baixo amortecimento). A segunda sobrevém quando a temperatura e frequência de

transição acham-se dentro ou perto da faixa de trabalho usual, denominada zona de transição e a terceira zona contém elevado valor no módulo de cisalhamento e é conhecida como região vítrea.

FIGURA 2 – VARIAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE UM MATERIAL VISCOELÁSTICO COM A FREQUÊNCIA E TEMPERATURA CONSTANTE.



FONTE: Adaptado de Bavastri (1997)

O parâmetro β da derivada fracionária influencia nas curvas do módulo dinâmico $G(\Omega, T)$ ou $E(\Omega, T)$ (parte real de $G_c(\Omega, T)$ e $E_c(\Omega, T)$, respectivamente), e do fator de perda correspondente. Quanto menor o valor de β , menor é a inclinação do módulo dinâmico e menos acentuado o pico do fator de perda. Quando o valor de b_1 aumenta o fator de perda se desloca para a direita e o módulo dinâmico para a esquerda.

3.2 PARÂMETROS EQUIVALENTES GENERALIZADOS

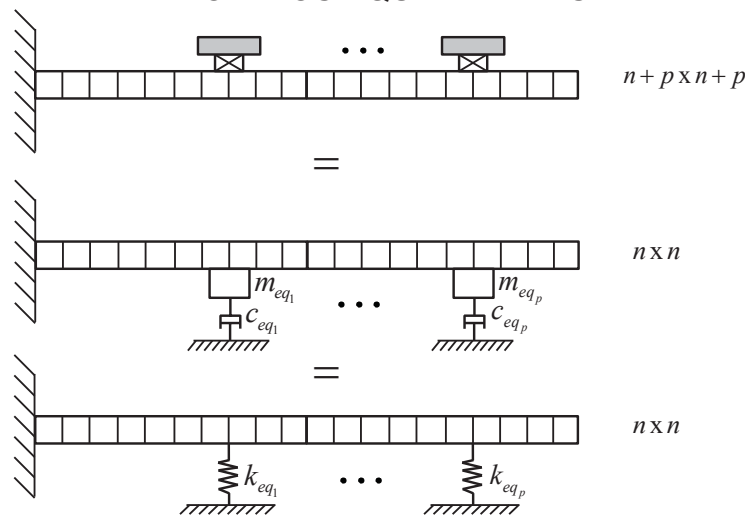
A modelagem por elementos finitos e a análise modal experimental são geralmente utilizadas para avaliar as características dinâmicas de estruturas. Esforços consideráveis de investigação têm sido postos para controlar ou reduzir a vibração em estruturas, utilizando diferentes métodos de controle. Um dos métodos utilizados é a modificação estrutural dinâmica, que necessita das informações dinâmicas do sistema primário (sem a modificação) como dados de entrada para projetar o dispositivo de controle (BRANDON, 1990; KENG e ZIMMERMAN, 2002).

A atenuação da vibração de uma estrutura utilizando uma modificação estrutural dinâmica também trata da inserção de dispositivos de massa, mola e

amortecedor (ou de material viscoelástico), resultando em um sistema composto. A inserção do dispositivo de controle adiciona graus de liberdade ao sistema composto, o que pode ser oneroso computacionalmente, quando se trata de um número elevado de neutralizadores, ou quando o neutralizador é considerado de MGDL.

Espíndola e Silva em 1992 introduziram a definição de parâmetros equivalentes generalizados de um neutralizador. Esta definição permite escrever a dinâmica do sistema composto apenas em função das coordenadas generalizadas do sistema primário, ou seja, esta metodologia considera que a adição de neutralizadores não altera o tamanho das matrizes na equação de movimento do sistema composto. A FIGURA 3 mostra uma representação do sistema composto “real” e do modelo equivalente via parâmetros equivalentes generalizados. Nesta figura, o sistema composto é constituído por um sistema primário de múltiplos graus de liberdade com neutralizadores acoplados a esse, de um único grau de liberdade.

FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO DE UM SISTEMA COMPOSTO GENÉRICO E MODELOS EQUIVALENTES



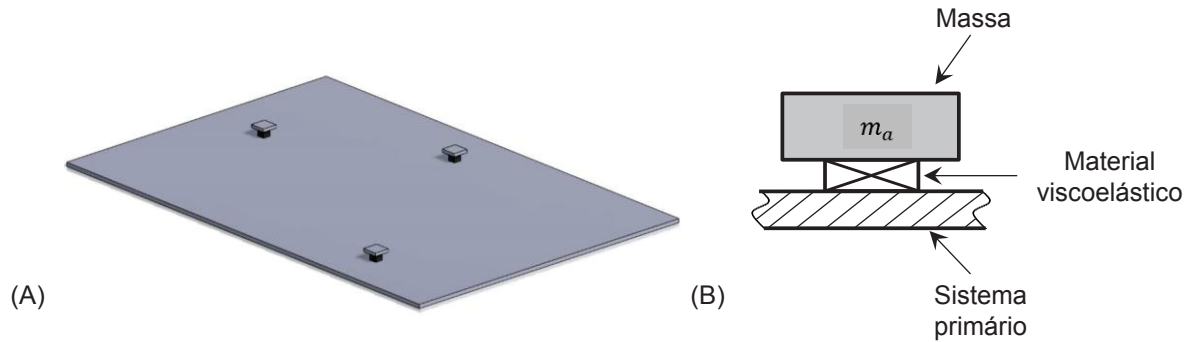
FONTE: O autor (2019)

Na FIGURA 3, n corresponde ao tamanho das matrizes do sistema primário de MGDL e p ao número de neutralizadores simples (de 1 GDL) inseridos no sistema primário.

O controle de vibração em sistemas lineares pode ser realizado através de neutralizadores dinâmicos, considerando um amortecimento viscoso ou amortecimento histerético proporcional, ou amortecimento viscoelástico. A FIGURA 4a ilustra o uso de neutralizadores dinâmicos de vibração de natureza viscoelástica (NDV), aplicados a uma estrutura genérica. A FIGURA 4b mostra um NDV particular

com uma massa rígida m_a e um elemento de material viscoelástico conectando a massa à estrutura primária.

FIGURA 4 – (A) ESTRUTURA PRIMÁRIA COM NDVS E (B) MODELO DO NDV SIMPLES.



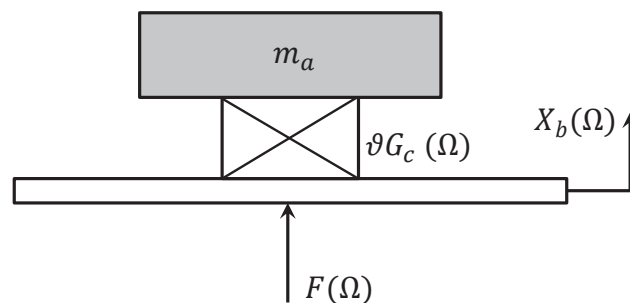
FONTE: O autor (2019)

3.2.1 Parâmetros equivalentes generalizados para um neutralizador simples

Os parâmetros equivalentes generalizados podem ser obtidos a partir das grandezas dinâmicas calculadas na base do neutralizador. Daqui em diante, a variável referente à temperatura de trabalho (T) será omitida, levando em consideração que, no presente estudo, ela é constante.

O neutralizador simples é composto por uma massa conectada à base através de um elemento resiliente. Na FIGURA 5, as variáveis $X_b(\Omega)$ e $F(\Omega)$ são respectivamente, as transformadas de Fourier do deslocamento $x_b(t)$ e da força $f(t)$ aplicada à base do neutralizador, enquanto m_a corresponde à massa do neutralizador.

FIGURA 5 – NEUTRALIZADOR VISCOELÁSTICO SIMPLES.



FONTE: O autor (2019)

O elemento viscoelástico pode ser visto como uma mola em paralelo com um amortecedor, ou um elemento com comportamento viscoelástico (SNOWDON, 1968). Assim, este modelo possui uma rigidez complexa igual a:

$$K_c(\Omega) = \vartheta G_c(\Omega) = \vartheta G(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]. \quad (18)$$

onde ϑ corresponde ao fator geométrico que depende da solicitação à qual o material é submetido (compressão ou cisalhamento) e da geometria do neutralizador, $G(\Omega)$ é o módulo dinâmico de cisalhamento associado à rigidez do material viscoelástico (parte real de $G_c(\Omega)$) e $\eta(\Omega)$ é o fator de perda.

A rigidez dinâmica $K_a(\Omega) = F(\Omega)/X_b(\Omega)$, a impedância mecânica $Z_a(\Omega) = F(\Omega)/i\Omega X_b(\Omega)$ e a massa dinâmica $M_a(\Omega) = F(\Omega)/(-\Omega^2 X_b(\Omega))$, respectivamente, na base do neutralizador são definidas por:

$$K_a(\Omega) = \frac{\Omega^2 m_a \vartheta G_c(\Omega)}{m_a \Omega^2 - \vartheta G_c(\Omega)}, \quad (19)$$

$$Z_a(\Omega) = \frac{i\Omega m_a \vartheta G_c(\Omega)}{m_a \Omega^2 - \vartheta G_c(\Omega)}, \text{ e} \quad (20)$$

$$M_a(\Omega) = \frac{-m_a \vartheta G_c(\Omega)}{m_a \Omega^2 - \vartheta G_c(\Omega)}. \quad (21)$$

A frequência de antirressonância do neutralizador é definida como sendo aquela que, na ausência de amortecimento, faz com que o denominador das grandezas apresentadas nas equações 19 a 21 resulte em zero:

$$\Omega_a^2 = \frac{\vartheta G(\Omega_a)}{m_a}. \quad (22)$$

Quando a frequência de ressonância do sistema primário coincide com a frequência de antirressonância do neutralizador (equação 22), as quantidades dinâmicas, medidas na base do neutralizador tomam valores elevados. Logo, na ausência de amortecimento, é necessária uma força “infinita” para provocar um deslocamento finito da base do neutralizador. Este princípio é fundamental para explicar o significado físico do comportamento dos neutralizadores quando fixados em uma estrutura qualquer.

Definindo $G(\Omega) = G(\Omega_a)r(\Omega)$ e $\varepsilon_a = \Omega/\Omega_a$, a rigidez dinâmica, a impedância mecânica e a massa dinâmica podem ser reescritas como:

$$K_a(\Omega) = \frac{\Omega^2 m_a r(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]}{\varepsilon_a^2 - r(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]}, \quad (23)$$

$$Z_a(\Omega) = \frac{i\Omega m_a r(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]}{\varepsilon_a^2 - r(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]}, \quad (24)$$

$$M_a(\Omega) = \frac{-m_a r(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]}{\varepsilon_a^2 - r(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]}. \quad (25)$$

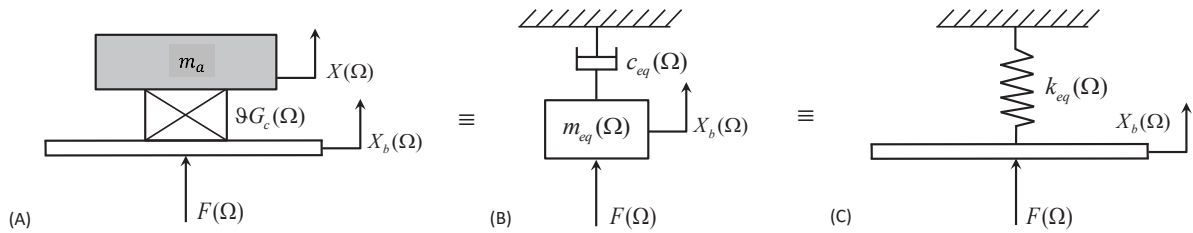
Considerando o modelo equivalente da FIGURA 6, a rigidez dinâmica, a impedância mecânica e a massa dinâmica são dadas por:

$$K_a(\Omega) = -\Omega^2 m_{eq}(\Omega) + i\Omega c_{eq}(\Omega), \quad (26)$$

$$Z_a(\Omega) = i\Omega m_{eq}(\Omega) + c_{eq}(\Omega), \text{ e} \quad (27)$$

$$M_a(\Omega) = m_{eq}(\Omega) + \frac{c_{eq}(\Omega)}{i\Omega}. \quad (28)$$

FIGURA 6 – EQUIVALÊNCIA DINÂMICA ENTRE TRÊS SISTEMAS: (A) COM NDVV REAL SOB A BASE DESPROVIDA DE MASSA (B) POR PARÂMETROS EQUIVALENTES GENERALIZADOS $m_{eq}(\Omega)$ E $c_{eq}(\Omega)$ E (C) POR PARÂMETROS EQUIVALENTES GENERALIZADOS $k_{eq}(\Omega)$.



FONTE: O autor (2019)

Assim, a massa equivalente generalizada é a parte real da massa dinâmica e o amortecimento viscoso equivalente generalizado é definido como a parte real da impedância mecânica, de modo que

$$m_{eq}(\Omega) = \frac{-m_a r(\Omega) \{ \varepsilon_a^2 - r(\Omega)[1 + \eta^2(\Omega)] \}}{[\varepsilon_a^2 - r(\Omega)]^2 + [r(\Omega)\eta(\Omega)]^2}, \quad (29)$$

$$c_{eq}(\Omega) = \frac{m_a \Omega_a r(\Omega) \eta(\Omega) \varepsilon_a^3}{[\varepsilon_a^2 - r(\Omega)]^2 + [r(\Omega)\eta(\Omega)]^2}. \quad (30)$$

Tomando as equações (26), (29) e (30), a rigidez equivalente generalizada na base do NDV pode ser escrita como:

$$K_a(\Omega) = \frac{-\Omega^2(-m_a r(\Omega)\{\varepsilon_a^2 - r(\Omega)[1 + \eta^2(\Omega)]\}) + i\Omega m_a \Omega_a r(\Omega)\eta(\Omega)\varepsilon_a^3}{[\varepsilon_a^2 - r(\Omega)]^2 + [r(\Omega)\eta(\Omega)]^2}. \quad (31)$$

Esta equivalência (FIGURA 6) significa que o sistema primário “sente” o neutralizador como uma massa $m_{eq}(\Omega)$, fixada ao longo das coordenadas generalizadas $X_b(\Omega)$ e um amortecimento viscoso de constante $c_{eq}(\Omega)$, ligado à terra (ESPÍNDOLA e SILVA, 1992), ou uma mola $k_{eq}(\Omega)$ fixada ao longo das coordenadas generalizadas $X_b(\Omega)$ (LOPES, 1998).

3.3 SISTEMAS LINEARES COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

Este item trata dos conceitos básicos referentes à resposta de sistemas lineares com múltiplos graus de liberdade (MGDL). Estes conceitos são aplicados na teoria de neutralizadores dinâmicos utilizados em problemas de maior complexidade, para o controle em banda larga de frequência na qual um ou mais modos estão presentes.

3.3.1 Sistema primário de múltiplos graus de liberdade com modelo viscoso

A equação dinâmica que governa o movimento de um sistema linear, invariante no tempo, causal não rotativo e para múltiplos graus de liberdade (n), é dada por:

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t), \quad (32)$$

onde M, C e K correspondem, respectivamente, a matriz de massa, amortecimento modal e rigidez do sistema primário, $q(t)$ corresponde as coordenadas generalizadas do sistema primário e $f(t)$ é a força aplicada no sistema primário.

Considerando a situação de vibração livre, ou seja, $f(t) = 0$, e assumindo que esta pode ser representada pela equação $q(t) = \phi e^{st}$, o sistema de equações fornecido pela equação de movimento pode ser reescrito como:

$$[s^2 M + sC + K]\phi e^{st} = 0, \text{ ou} \quad (33)$$

$$[s^2 M + sC + K]\phi = 0, \quad (34)$$

pois e^{st} é diferente de zero. A solução não trivial da equação ocorre quando:

$$\det[s^2M + sC + K] = 0. \quad (35)$$

A equação acima leva à um polinômio em que $2n$ valores de s (s_1, s_2, \dots, s_{2n}) são raízes, sendo n o número de graus de liberdade. Substituindo cada valor de s_j , com $j = 1$ a $2n$, na equação 34, obtém-se um vetor ϕ_j de valores relativos. As raízes do polinômio gerado pela equação 35 (s_j) são conhecidas como autovalores e os autovetores associados são os ϕ_j .

Os autovalores dependem somente das características do sistema, como as inércias, as características elásticas e dissipadoras. Em geral, os $2n$ autovalores se apresentam em pares complexos conjugados e são dados por:

$$\begin{aligned} s_j &= \delta_j + i\nu_j \text{ e} \\ s_j^* &= \delta_j - i\nu_j. \end{aligned} \quad (36)$$

Cada par de autovalores complexos conjugados têm um par de autovetores correspondentes, também complexos conjugados. Neste trabalho é considerado apenas amortecimento viscoso proporcional.

3.3.2 Problema de autovalores não amortecido

Sabe-se que todo sistema real possui amortecimento, portanto, o problema de autovalores não amortecidos não ocorre na prática. Entretanto, do ponto de vista teórico, esta abordagem se torna importante. Assim, a equação 34 pode ser reescrita como:

$$[s^2M + K]\phi = 0. \quad (37)$$

Os autovalores do problema acima são imaginários puros e conjugados:

$$\begin{aligned} s_j &= i\Omega_j, \\ s_j^* &= -i\Omega_j. \end{aligned} \quad (38)$$

Substituindo a equação 38 na equação 37, o problema de autovalores toma a forma:

$$K\phi_j = \Omega_j^2 M\phi_j. \quad (39)$$

Ewins (1984) demonstra que o problema de autovalores da equação 39 possui as seguintes propriedades de ortogonalidade:

$$\phi^T M \phi = \text{diag}(m_r) \text{ e} \quad (40)$$

$$\phi^T K \phi = \text{diag}(k_r), \text{ onde} \quad (41)$$

$$\text{diag}(\Omega_r^2) = (\text{diag}(m_r))^{-1} \text{diag}(k_r). \quad (42)$$

Nas equações acima, o termo $\text{diag}(\cdot)$ remete a uma matriz diagonal, m_r e k_r são denominados, respectivamente, massa e rigidez modal do r -ésimo modo, com $r = 1, \dots, n$. Cada componente da equação 42 resulta em $\Omega_r^2 = k_r/m_r$. Com esta propriedade de ortogonalidade, ortonormaliza-se os autovetores da seguinte forma:

$$\psi = \frac{\phi_r}{\sqrt{m_r}}. \quad (43)$$

Uma vez que cada autovetor é normalizado, através da raiz quadrada da massa modal, as seguintes relações também são válidas:

$$\psi^T M \psi = I \text{ e} \quad (44a)$$

$$\psi^T K \psi = \text{diag}(\Omega_r^2) = \Lambda. \quad (44b)$$

onde ψ é denominada matriz modal ortonormalizada e Λ é conhecida como matriz espectral.

3.3.3 Modelo viscoso proporcional

Caso a matriz de amortecimento viscoso C seja proporcional às matrizes de rigidez e de massa, ou seja, $C = \beta^* K + \gamma^* M$, prova-se que esta matriz também é diagonalizável através dos autovetores do problema não amortecido:

$$\phi^T C \phi = \beta' \text{diag}(k_r) + \gamma' \text{diag}(m_r) = \text{diag}(c_r), \quad (45)$$

onde o coeficiente c_r é denominado amortecimento modal do sistema.

Define-se o amortecimento modal crítico como $c_{cr} = 2m_r\Omega_r$. Define-se também a relação do amortecimento modal (ξ_r) como a razão entre o amortecimento modal do sistema (c_r) e o amortecimento modal crítico (c_{cr}):

$$\xi_r = \frac{c_r}{c_{cr}}. \quad (46)$$

Assim, pode-se reescrever o amortecimento modal do sistema como:

$$c_r = 2\xi_r m_r \Omega_r. \quad (47)$$

Ewins (1984) demonstra que em sistemas modelados com amortecimento viscoso proporcional, os coeficientes de Laplace (autovalores) são complexos. A parte real e a parte imaginária são dadas, respectivamente, por:

$$\delta_r = \xi_r \Omega_r \text{ e} \quad (48)$$

$$\nu_r = \Omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2}. \quad (49)$$

3.3.4 Coordenadas principais – função resposta em frequência

O conjunto de equações governantes que descreve o comportamento dinâmico de sistemas lineares com MGD L pode ser escrito, por conveniência e sem perder sua generalidade, no domínio da frequência, através da transformada de Fourier. Assim, a equação 32 toma a seguinte forma:

$$[-\Omega^2 M + i\Omega C + K]Q(\Omega) = F(\Omega), \quad (50)$$

sendo $Q(\Omega)$ e $F(\Omega)$ a transformada de Fourier de $q(t)$ e $f(t)$, respectivamente. Propõe-se, então, com o uso dos autovetores ortonormalizados,

$$Q(\Omega) = \Psi P(\Omega), \quad (51)$$

onde $Q(\Omega)$ são as coordenadas generalizadas do problema e $P(\Omega)$ as coordenadas principais. Levando a equação 51 na equação 50 e pré-multiplicando-a por Ψ^T , obtém-se:

$$\Psi^T [-\Omega^2 M + i\Omega C + K] \Psi P(\Omega) = \Psi^T F(\Omega), \text{ ou}$$

$$[-\Omega^2 I + i\Omega \text{diag}(2\xi_r \Omega_r) + \Lambda]P(\Omega) = \Psi^T F(\Omega) = N(\Omega). \quad (52)$$

Através desta transformação de coordenadas, é gerado um espaço denominado **espaço modal**. A principal característica deste espaço é que, nele, o sistema de equações está desacoplado. A r -ésima linha é dada por:

$$(-\Omega^2 + i\Omega 2\xi_r \Omega_r + \Omega_r^2)P_r(\Omega) = N_r(\Omega). \quad (53)$$

Defini-se, a seguir, a matriz D_0 como:

$$D_0 = [-\Omega^2 I + i\Omega \text{diag}(2\xi_r \Omega_r) + \Lambda], \quad (54)$$

onde D_0 é diagonal (o que é doravante, designado por $\text{diag}(\cdot)$) e, portanto, a sua inversa pode ser obtida apenas invertendo cada elemento da diagonal. Esta matriz é denominada matriz resposta em frequência no espaço modal. As coordenadas principais podem, a partir dela, ser calculadas por:

$$P(\Omega) = D_0^{-1}N(\Omega) = D_0^{-1}\Psi^T F(\Omega). \quad (55)$$

Pré-multiplicando a equação 55 pela matriz de autovetores ortonormalizados Ψ , obtém-se a resposta em coordenadas generalizadas (ver equação 51):

$$Q(\Omega) = \Psi D_0^{-1}\Psi^T F(\Omega). \quad (56)$$

Desta maneira, é possível determinar a resposta do sistema, em coordenadas do espaço de configurações, considerando um amortecimento viscoso proporcional. Fazendo uma relação entre resposta e excitação, é possível definir a função resposta em frequência do sistema através de:

$$H(\Omega) = \Psi D_0^{-1}\Psi^T. \quad (57)$$

Para um elemento genérico de $H(\Omega)$, tem-se:

$$H_{ks}(\Omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\Psi_{kr}\Psi_{sr}}{-\Omega^2 + i\Omega 2\xi_r \Omega_r + \Omega_r^2}. \quad (58)$$

A função $H_{ks}(\Omega)$ representa a relação entre a resposta em frequência do sistema na coordenada generalizada k e a excitação, também em frequência, na coordenada s .

3.4 NEUTRALIZADORES DINÂMICOS SIMPLES FIXADOS EM SISTEMAS PRIMÁRIOS DE MGD

Considera-se nessa seção um sistema primário modelado através do modelo de amortecimento viscoso proporcional. Para um modelo diferente, como o modelo histerético, as mesmas etapas são realizadas, entretanto, com suas devidas particularidades.

Neste trabalho, o controle da vibração de uma determinada estrutura se dá através de neutralizadores dinâmicos. Estes dispositivos são acoplados ao sistema primário, passando a equação de movimento do sistema composto a ser dada por:

$$[-\Omega^2 \tilde{M}(\Omega) + i\Omega \tilde{C}(\Omega) + K]Q(\Omega) = F(\Omega), \quad (59)$$

quando se utiliza $m_{eq}(\Omega)$ e $c_{eq}(\Omega)$ ou

$$[-\Omega^2 M + i\Omega C + \tilde{K}(\Omega)]Q(\Omega) = F(\Omega),$$

utilizando $k_{eq}(\Omega)$.

As matrizes $\tilde{M}(\Omega)$ e $\tilde{C}(\Omega)$, são escritas, respectivamente, como:

$$\tilde{M}(\Omega) = M + \begin{bmatrix} 0 & & & \dots & & 0 \\ & \ddots & & & & \\ & & m_{eq1}(\Omega) & & & \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ & & & & m_{eqp}(\Omega) & \\ 0 & & & & & \ddots & 0 \end{bmatrix} = M + M_{eq}(\Omega) \quad \text{e} \quad (60)$$

$$\tilde{C}(\Omega) = C + \begin{bmatrix} 0 & & & \dots & & 0 \\ & \ddots & & & & \\ & & c_{eq1}(\Omega) & & & \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ & & & & c_{eqp}(\Omega) & \\ 0 & & & & & \ddots & 0 \end{bmatrix} = C + C_{eq}(\Omega), \quad (61)$$

e uma matriz semelhante pode ser construída para obter $\tilde{K}(\Omega)$, quando considerada a segunda equação de movimento utilizando $k_{eq}(\Omega)$.

A equação 59 é válida somente no domínio da frequência, posto que os parâmetros equivalentes generalizados são funções da frequência.

Uma vez que o sistema composto é descrito através das coordenadas generalizadas do sistema primário, é possível descrever a equação de movimento do sistema composto em um subespaço do sistema primário. No sistema composto, o espaço modal não fica desacoplado, visto que esta transformação não diagonalizará as matrizes $\tilde{M}(\Omega)$ e $\tilde{C}(\Omega)$. Entretanto, essas matrizes, incluindo $\tilde{K}(\Omega)$, se for o caso, são predominantemente diagonais, assim, é possível desprezar os termos fora da diagonal principal sem perdas significativas no modelo.

A inserção dos neutralizadores via parâmetros equivalentes generalizados, não alteram o tamanho do modelo utilizado, seja por elementos finitos, ou utilizando dados experimentais, tendo em vista que os parâmetros equivalentes são inseridos em alguns graus de liberdade das matrizes $M_{eq}(\Omega)$ e $C_{eq}(\Omega)$, ou $K_{eq}(\Omega)$, onde essas matrizes têm o mesmo tamanho das matrizes M , C e K do sistema primário.

3.4.1 Truncamento modal

Em geral, trabalha-se com um número determinado de modos na faixa de frequência de interesse. Consequentemente, a solução que antes continha todos os autovalores, passa a conter somente os autovalores correspondentes aos modos de interesse. Isto é possível, pois o sistema primário pode ser desacoplado.

Aplicando uma transformação de coordenadas semelhante à considerada na equação 51, mas para um número reduzido de modos, tem-se:

$$Q(\Omega) = \hat{\Phi} \hat{P}(\Omega), \quad (62)$$

sendo $\hat{\Phi}$ a matriz modal truncada, $n \times \hat{n}$, do sistema primário, onde \hat{n} representa o número de modos associados com a faixa de frequência de interesse.

Levando a equação 62 na equação 59 e pré-multiplicando-a $\hat{\Phi}^T$, aquela pode ser reescrita como:

$$[-\Omega^2 [\hat{I} + \hat{M}_a(\Omega)] + i\Omega [\hat{\Phi}^T \hat{C} \hat{\Phi} + \hat{C}_a(\Omega)] + \hat{\Lambda}] \hat{P}(\Omega) = \hat{\Phi}^T F(\Omega) = \hat{N}(\Omega). \quad (63)$$

onde $\hat{\Phi}^T \hat{C} \hat{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & 2\xi_i \Omega_i & \\ & & \ddots \end{bmatrix}$, com $i = 1$ a \hat{n} , \hat{I} é matriz identidade truncada e $\hat{\Lambda}$ é a matriz truncada dos autovalores do sistema primário, respectivamente. As matrizes $\hat{M}_a(\Omega) = \hat{\Phi}^T M_{eq}(\Omega) \hat{\Phi}$ e $\hat{C}_a(\Omega) = \hat{\Phi}^T C_{eq}(\Omega) \hat{\Phi}$ são escritas como:

$$\hat{M}_a(\Omega) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^p m_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i1}^2 & \sum_{i=1}^p m_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i1} \hat{\Phi}_{r_i2} & \cdots & \sum_{i=1}^p m_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i1} \hat{\Phi}_{r_i\hat{n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^p m_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i\hat{n}} \hat{\Phi}_{r_i1} & \sum_{i=1}^p m_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i\hat{n}} \hat{\Phi}_{r_i2} & \cdots & \sum_{i=1}^p m_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i\hat{n}}^2 \end{bmatrix}, \quad (64)$$

$$\hat{C}_a(\Omega) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^p c_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i1}^2 & \sum_{i=1}^p c_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i1} \hat{\Phi}_{r_i2} & \cdots & \sum_{i=1}^p c_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i1} \hat{\Phi}_{r_i\hat{n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^p c_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i\hat{n}} \hat{\Phi}_{r_i1} & \sum_{i=1}^p c_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i\hat{n}} \hat{\Phi}_{r_i2} & \cdots & \sum_{i=1}^p c_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_i\hat{n}}^2 \end{bmatrix}, \quad (65)$$

onde r_i corresponde ao r_i -ésimo grau de liberdade onde cada NDV é fixado ($i = 1, \dots, p$).

A equação 63 representa um sistema linear de equações de dimensão $\hat{n} \times \hat{n}$. Este sistema de equações mostra que o espaço modal não é desacoplado, o que advém da inserção dos neutralizadores no sistema.

Define-se, a seguir, a matriz $\hat{D} = [-\Omega^2 [\hat{I} + \hat{M}_a(\Omega)] + i\Omega [\hat{\Phi}^T \hat{C} \hat{\Phi} + \hat{C}_a(\Omega)] + \hat{\Lambda}]$. Então, a resposta do sistema composto, no espaço de configuração, pode ser obtida através da equação 62, considerando o sistema truncado, através da seguinte equação:

$$Q(\Omega) = \hat{\Phi} \hat{D}^{-1} \hat{\Phi}^T F(\Omega). \quad (66)$$

A função resposta em frequência do sistema pode ser definida como:

$$H(\Omega) = \hat{\Phi} \hat{D}^{-1} \hat{\Phi}^T. \quad (67)$$

No presente estudo, o controle da vibração é obtido considerando uma faixa de frequência de interesse. Através do desenvolvimento demonstrado acima, o sistema composto não é desacoplado, assim, utiliza-se técnicas de otimização para obter os

parâmetros ótimos dos neutralizadores. Resultados aplicando otimização não linear podem ser encontrados no trabalho de Bavastri (1997).

3.5 NEUTRALIZADOR COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

Neste trabalho, é desenvolvida uma metodologia de projeto ótimo de neutralizadores viscoelásticos com múltiplos graus de liberdade (MGDL). Com a inserção de um neutralizador simples ou de MGDL em uma estrutura, a ordem das matrizes aumenta de n para o número de graus de liberdade total que corresponde a $n_t = n + n_p - n_a$, onde n_p representa o número de graus de liberdade do neutralizador e n_a corresponde ao número de graus de liberdade do acoplamento (superposição) entre o sistema primário e o neutralizador.

Este modelo apresentado se torna computacionalmente dispendioso à medida que o número de neutralizadores e, conseqüentemente, o número de graus de liberdade aumentam, especialmente se tratando de projeto ótimo de neutralizadores, onde a cada iteração, no processo de otimização, o modelo do sistema composto deve ser construído e avaliado na função objetivo.

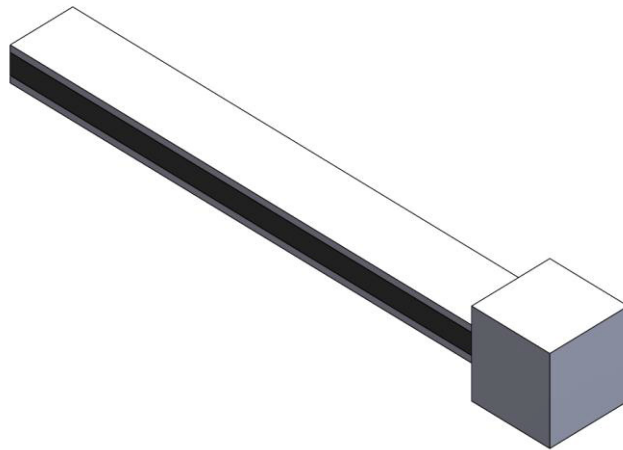
A fim de evitar este tipo de situação, no presente estudo utiliza-se a metodologia de projeto de neutralizadores por parâmetros equivalentes generalizados, nesse caso, o número de graus de liberdade do sistema composto se mantém com a introdução dos neutralizadores, como já evidenciado na seção 3.2.

3.5.1 Modelagem numérica do neutralizador viscoelástico de MGDL

No presente estudo, a modelagem do neutralizador viscoelástico de MGDL se dá utilizando o método dos elementos finitos. Esta modelagem possui uma grande vantagem, pois este método se adéqua à maioria dos problemas estruturais e permite realizar os cálculos correspondentes com uma boa conformidade com o modelo real. As matrizes de rigidez e de massa dependem basicamente do tipo de modelagem (2D ou 3D) e dos graus de liberdade que representam o problema a ser modelado numericamente. Tanto o tipo de modelagem, quanto os graus de liberdade influenciam na escolha do tipo de elemento.

No presente estudo, o neutralizador viscoelástico de MGDL tem a forma de uma viga sanduíche 3D, retangular, e pode conter uma massa de sintonização em sua extremidade. Essa situação é representada na FIGURA 7.

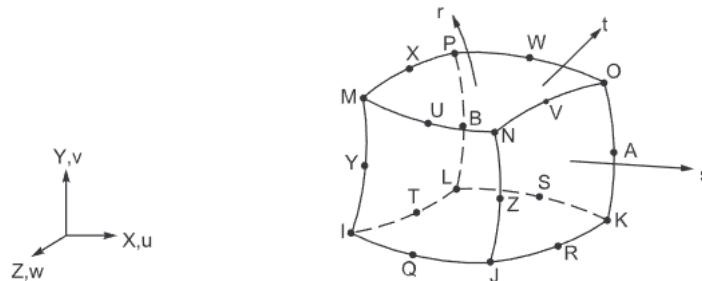
FIGURA 7 – NDV PROPOSTO DE MGD



FONTE: O autor (2019)

As matrizes de massa e de rigidez são extraídas utilizando o *software* ANSYS para a construção do modelo proposto. Tendo em vista que o modelo a ser utilizado considera graus de liberdade de translação nas três direções (x,y,z), optou-se por utilizar o elemento finito do tipo sólido hexaédrico, com aproximação quadrática, de 20 nós (SOLID186), como mostra a figura abaixo.

FIGURA 8 – ELEMENTO SOLID186 DO SOFTWARE ANSYS

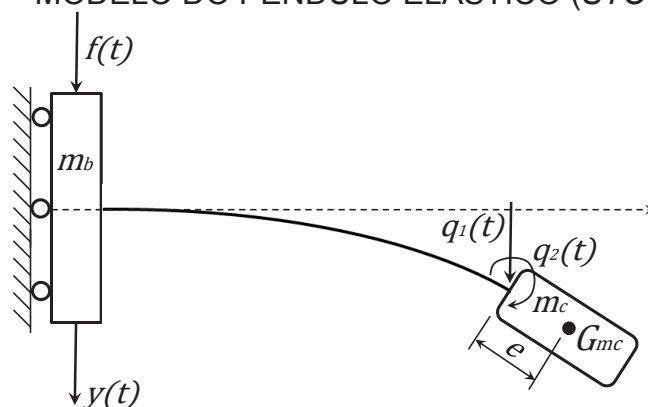


FONTE: ANSYS (2019)

Há algumas maneiras de modelar o neutralizador de MGD. Dentre essas maneiras, as mais relevantes para o presente estudo foram apresentadas nos trabalhos de Silva Neto (1998) e Floody (2010).

Em sua dissertação de mestrado, Silva Neto (1998) modelou o neutralizador elástico do tipo *stockbridge* através de modelos matemáticos de pêndulo elástico duplo (vide FIGURA 9), com dois graus de liberdade, e com múltiplos graus de liberdade, via modos assumidos e método de elementos finitos com elemento de viga de 2 nós com 2 GDL por nó (translação e rotação em uma única direção). O trabalho permite a determinação da rigidez equivalente e do fator de perda, através de um processo de otimização.

FIGURA 9 – MODELO DO PÊNDULO ELÁSTICO (STOCKBRIDGE)



FONTE: Adaptado de Silva Neto (1998)

Na FIGURA 9, $y(t)$ é o deslocamento da base do NDV, m_b corresponde à massa da base do NDV, m_c é a massa de sintonização do NDV, $q_1(t)$ é a coordenada do deslocamento da massa de sintonização, $q_2(t)$ é a coordenada da rotação dessa massa, e é a distância desde o fim da viga ao centro de gravidade da massa de sintonização e G_{mc} o centro de gravidade dessa massa.

O pêndulo elástico duplo foi concebido em alumínio, aço e nylon, logo, nenhum material viscoelástico foi considerado no modelo desse estudo e a função objetivo do problema de otimização é a minimização da norma do erro, entre o modelo numérico e o experimental, da massa dinâmica medida na base do pêndulo. As variáveis de projeto consideradas nessa metodologia são: o módulo da rigidez à flexão, o momento de inércia baricêntrico da massa de sintonia, os autovalores não amortecidos, os fatores de perda modais (tanto do primeiro como do segundo modo) e a excentricidade da massa de sintonia do pêndulo.

Em sua tese de doutorado, Floody (2010) apresentou uma metodologia eficiente para descrever o comportamento dinâmico de estruturas compostas (sanduíche) metal/elastômero dependente da frequência e da temperatura. Ele propôs um método baseado no teorema da expansão truncada, que consiste, basicamente, em reduzir o tamanho do problema principal empregando uma série adequada de transformações. A principal transformação é uma projeção da matriz de rigidez em um subespaço aproximado que permite mudar a ordem original do problema de autovalores por um de tamanho menor. A modelagem da viga saduíche foi realizada utilizando o método dos elementos finitos, considerando elementos sólidos 2D, quadráticos, lagrangeanos de nove nós, num estado plano de tensões, com 2 GDL por nó.

Essa metodologia foi aplicada no projeto de um neutralizador dinâmico de vibrações tipo *stockbridge* viscoelasticamente modificado, que posteriormente foi construído e aplicado a uma estrutura primária, estendendo a teoria proposta de parâmetros equivalentes generalizados para vários graus de liberdade (ESPÍNDOLA e SILVA, 1992). Floody (2010) não considerou o projeto ótimo do NDV devido ao elevado custo computacional de seu algoritmo, mas ressaltou a importância em se projetar este tipo de dispositivo de forma ótima.

Como já mencionado, a presente metodologia faz o uso do *software* ANSYS para extrair as matrizes de massa e rigidez do neutralizador e assim obter através do *software* MATLAB a rigidez dinâmica na base do mesmo. Um dos maiores desafios da presente tese é a representação da matriz de rigidez, tendo em vista que as propriedades dinâmicas do material viscoelástico variam em função da frequência e da temperatura.

Além da construção do modelo de elementos finitos do neutralizador, outro aspecto importante é a obtenção da rigidez dinâmica na base do neutralizador. Esta quantidade dinâmica medida na base do neutralizador é adicionada ao sistema primário, alterando o comportamento dinâmico dessa estrutura. O objetivo é que essa alteração dinâmica promova uma redução na resposta dinâmica da estrutura primária. Para que o controle da vibração seja eficiente, torna-se apropriado o uso de técnicas de otimização para projetar de forma ótima os dispositivos de controle.

3.6 PROBLEMA DE PROJETO ÓTIMO

O projeto ótimo dos NDVs simples (1 GDL) é realizado utilizando uma técnica de otimização heurística por Algoritmos Genéticos (AG), e posteriormente, para melhoria da solução fornecida pelo AG, via programação não linear, caracterizando um processo híbrido de otimização. No projeto dos NDVs de MGD, apenas a otimização via AG é considerada, tendo em vista o elevado custo computacional para empregar mais uma técnica de otimização.

3.6.1 Introdução ao problema de otimização

Para realizar um projeto ótimo, é necessário que o projetista identifique as variáveis de projeto, a função de custo que indica o nível de excelência de uma dada

configuração do sistema (como, por exemplo, a massa total de uma estrutura e a resposta dinâmica de um sistema) e as restrições impostas ao mesmo.

As variáveis de projeto são aquelas que são modificadas durante o processo de otimização e que caracterizam a disposição do sistema em análise. Elas são alteradas com o objetivo de atingir a melhor configuração e podem ser contínuas ou discretas (ou seja, com valores compreendidos dentro de um determinado conjunto fixo). Do ponto de vista da mecânica estrutural, elas podem representar as propriedades mecânicas ou físicas do material, a configuração da forma da estrutura e as frequências naturais dos NDVs, dentre outras.

As restrições são funções de igualdade e/ou desigualdade que descrevem as limitações físicas ou comportamentais do projeto. Essas limitações podem dizer respeito, por exemplo, aos valores limite sobre a falha do material em tensão, deslocamentos admissíveis e as frequências naturais.

Em um problema de otimização, nem sempre é possível garantir a existência do ponto de mínimo global. Por outro lado, em certos casos, pode-se garantir sua existência, mesmo que não se saiba como encontrá-lo. O teorema de Weierstrass estabelece que, quando certas condições são satisfeitas, tais como (ARORA, 2004):

1. Se $f(x)$ é uma função contínua no conjunto viável C_v ;
2. C_v é não vazio;
3. C_v é fechado e limitado;

pode-se garantir que $f(x)$ possui um mínimo global em C_v .

Uma função $f(x)$ possui um mínimo global (absoluto) em x^* se

$$f(x^*) \leq f(x), \quad (68)$$

para todo x no conjunto de projeto viável C_v . Se essa desigualdade vale para todo x exceto para x^* , então x^* é denominado mínimo global forte, do contrário é dito mínimo global fraco.

A função $f(x)$ de n variáveis tem um mínimo local (relativo) em x^* se a desigualdade da equação (68) é válida para todo x numa pequena vizinhança N de x^* no denominado conjunto viável S . Se a desigualdade estrita vale, então x^* é chamado de mínimo local forte, caso contrário, este é dito mínimo local fraco. A vizinhança N do ponto x^* é definida como um conjunto de pontos, dado por

$$N = \{x | x \in C_p, \text{ com } \|x - x^*\| \leq \delta\} \quad (69)$$

sendo δ a medida da vizinhança e um valor pequeno maior que 0.

Em problemas de otimização com variáveis reais, um ponto é dito ponto de mínimo local se satisfazer duas condições (ARORA, 2004):

- a) Condição necessária de derivada de primeira ordem e
- b) Condição de suficiência de derivadas de ordem superior.

Estas condições são obtidas a partir das derivadas da função objetivo, no caso de otimização irrestrita, ou da função gerada pela combinação da função objetivo e das restrições.

As condições que devem ser satisfeitas no ponto de ótimo são chamadas de necessárias. Dito de outra forma, se um ponto não satisfaz as condições necessárias, este não é um ponto candidato a ótimo. Entretanto, a satisfação das condições necessárias não garante a otimalidade do ponto, sendo necessário satisfazer as condições de suficiência (ARORA, 2004).

3.6.2 Algoritmos genéticos (AG)

O AG é um método de otimização baseado na teoria da evolução de Charles Darwin, apresentada em 1859, o que justifica os muitos termos originários da biologia. Esse método foi introduzido inicialmente por John Henry Holland no início da década de 1960. O livro *Adaptation in Natural and Artificial System* (Adaptação no Sistema Natural e Artificial), publicado em 1975, foi o resultado desse trabalho e descreve como aplicar os princípios da evolução natural em problemas de otimização. A ideia principal é que uma nova população que contém um conjunto de indivíduos é gerada a partir da população anterior, de forma que, a cada geração, esta nova população tenha um desempenho melhor que a antecessora.

Em primeiro lugar, vale destacar que o AG é um algoritmo que atua com uma aleatoriedade. Um segundo ponto muito importante é que o AG sempre considera uma população de soluções. O algoritmo pode recombinar soluções diferentes para obter outras melhores e, por isso, pode utilizar os benefícios da variedade de soluções. Mais detalhes sobre o AG utilizados no presente estudo são apresentados no Apêndice A. A robustez do algoritmo também deve ser mencionada como algo essencial, o que contribui para tratá-lo como um algoritmo de sucesso.

4 METODOLOGIA

Este capítulo tem como finalidade expor a formulação geral na qual fundamenta-se o corrente trabalho. Inicialmente, é apresentada a motivação para a consideração da escolha do material viscoelástico no processo de otimização. Subsequentemente, apresenta-se a metodologia de projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos de 1 GDL (simples) aplicado ao controle de vibração, onde as frequências naturais de cada neutralizador, suas posições sobre a estrutura primária e os materiais viscoelásticos são as variáveis de projeto a serem otimizadas.

Posteriormente, o presente texto apresenta o equacionamento matemático para a obtenção da resposta dinâmica do sistema composto, quando considerado o neutralizador de MGD e expõe o problema de projeto ótimo do NDV de MGD, onde a geometria do neutralizador, a massa de sintonização ou a massa pontual (concentrada), a posição do NDV sobre a estrutura e o material viscoelástico são as variáveis que se alteram no processo de otimização. Ao final do capítulo, é apresentado um fluxograma resumido da estrutura computacional implementada, para solução deste problema proposto.

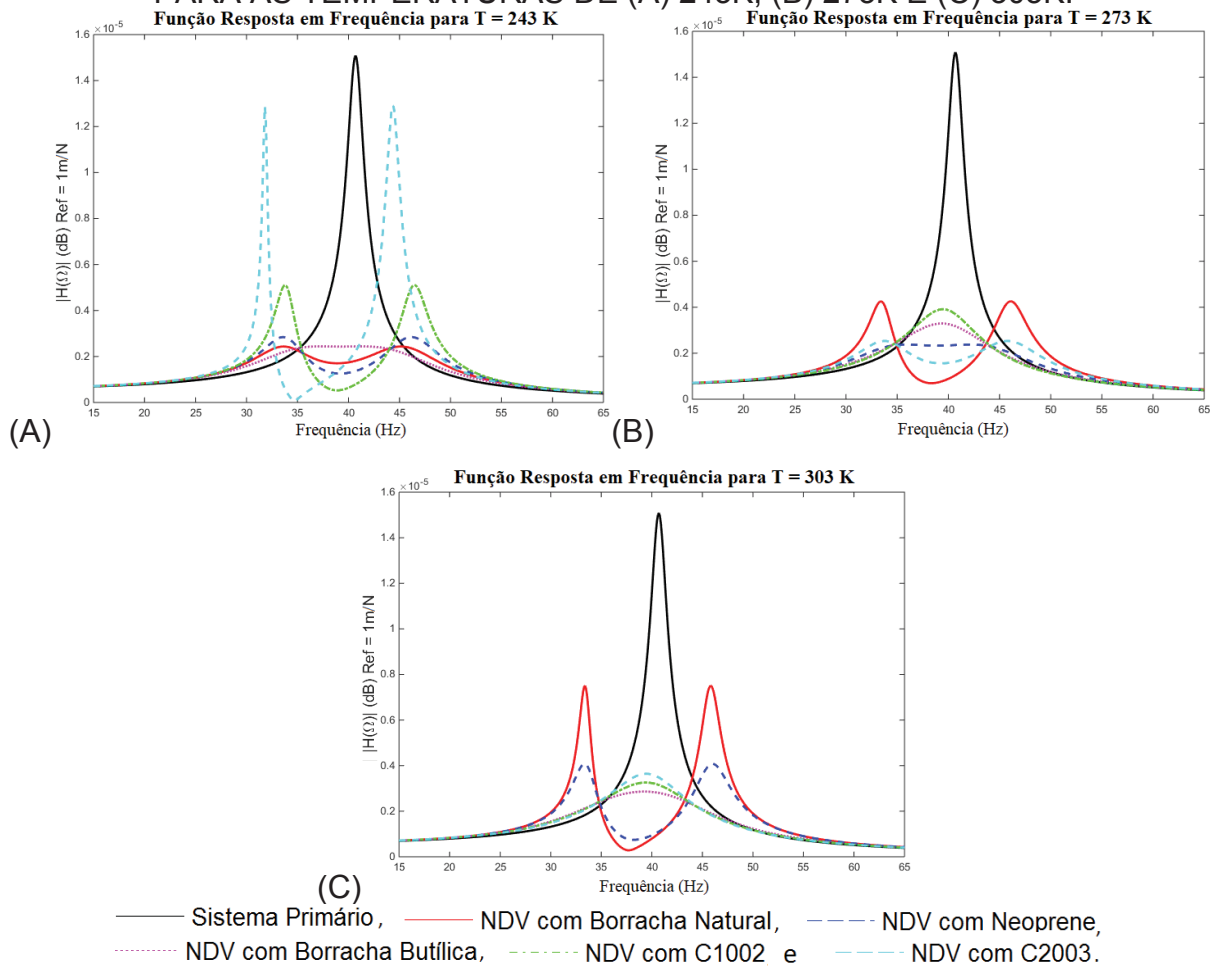
4.1 MOTIVAÇÃO PARA A ESCOLHA DO MATERIAL VISCOELÁSTICO NO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO DOS NEUTRALIZADORES

Os materiais viscoelásticos possuem diferentes comportamentos para diferentes temperaturas e frequências, entre outros fatores. A escolha desse material é importante para obter um controle eficiente de vibração. Febbo *et al.* (2014) apresentaram uma metodologia para o projeto ótimo de um NDV simples com material viscoelástico para controlar um sistema com comportamento não linear cúbico na rigidez, para uma temperatura fixa. Nesse estudo, verificou-se a influência da temperatura no projeto ótimo dos neutralizadores, considerando dois tipos diferentes de material viscoelástico, neoprene e borracha butílica, mas sem contemplar a escolha automática do material viscoelástico no projeto ótimo do NDV.

Para esclarecer este ponto, apresenta-se, neste trabalho, o controle em banda larga de um sistema de um grau de liberdade, por meio de um neutralizador dinâmico projetado com cinco tipos de material viscoelástico, a saber, borracha natural, neoprene, borracha butílica, EAR C1002 e EAR C2003, nas temperaturas de 243K,

273K e 303K. Nesta análise, utilizou-se uma metodologia já evidenciada na literatura (Espíndola e Silva, 1992) e utilizada no grupo GVBIS, onde a frequência natural do NDV é a única variável de projeto a ser otimizada. Logo, o material viscoelástico foi pré-definido em cada análise. O sistema primário é de um único GDL e possui as seguintes características físicas: $m = 1000 \text{ kg}$, $k = 1.657 \times 10^6 \text{ N/m}$, e $c = 2m\xi\Omega_n$; onde $\xi = 0,02$ e $\Omega_n = \sqrt{k/m}$ (FIGURA 10).

FIGURA 10 – FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE UM SISTEMA SIMPLES COM NEUTRALIZADORES COM DIFERENTES MATERIAIS VISCOELÁSTICOS PARA AS TEMPERATURAS DE (A) 243K, (B) 273K E (C) 303K.



FONTE: O autor (2019)

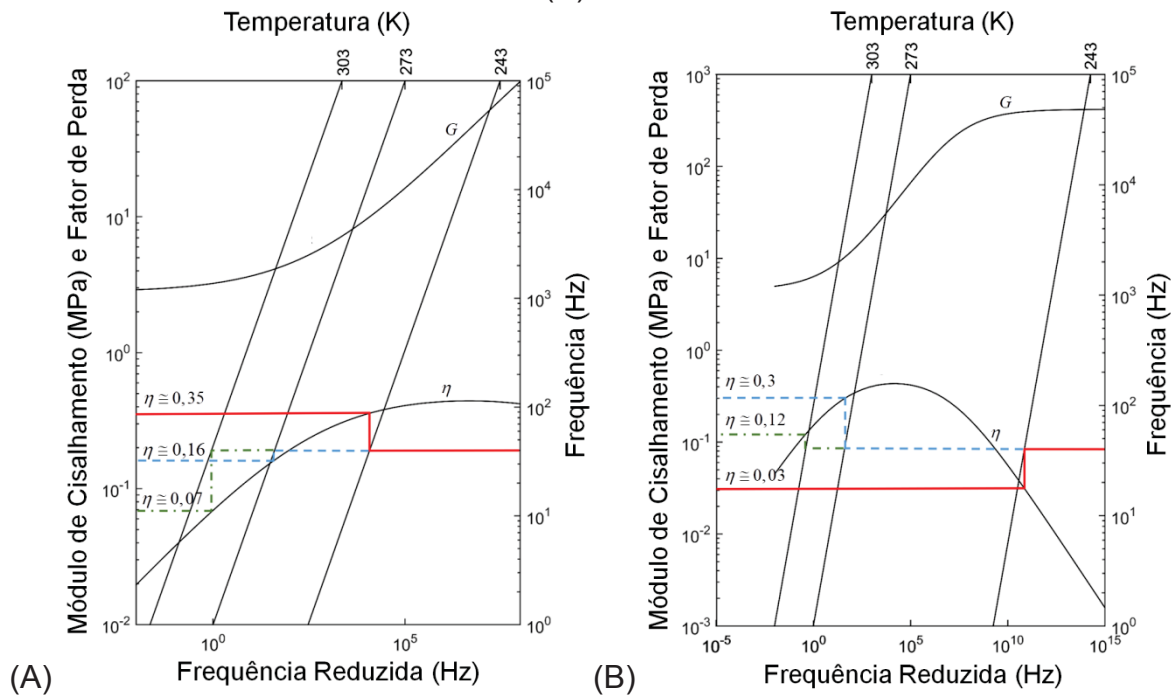
A FIGURA 10 mostra que há materiais que apresentam um comportamento mais adequado para cada temperatura de trabalho avaliada, na banda de frequência de interesse. Em geral, para o controle de um sistema primário de um grau de liberdade, em uma banda larga de frequência, a razão de amortecimento viscoso equivalente para o neutralizador é de $\xi \cong 0,2$ e pode assumir valores $0,18 \leq \xi \leq 0,24$ (esses valores dependem basicamente da razão de massa μ , como pode ser visto em

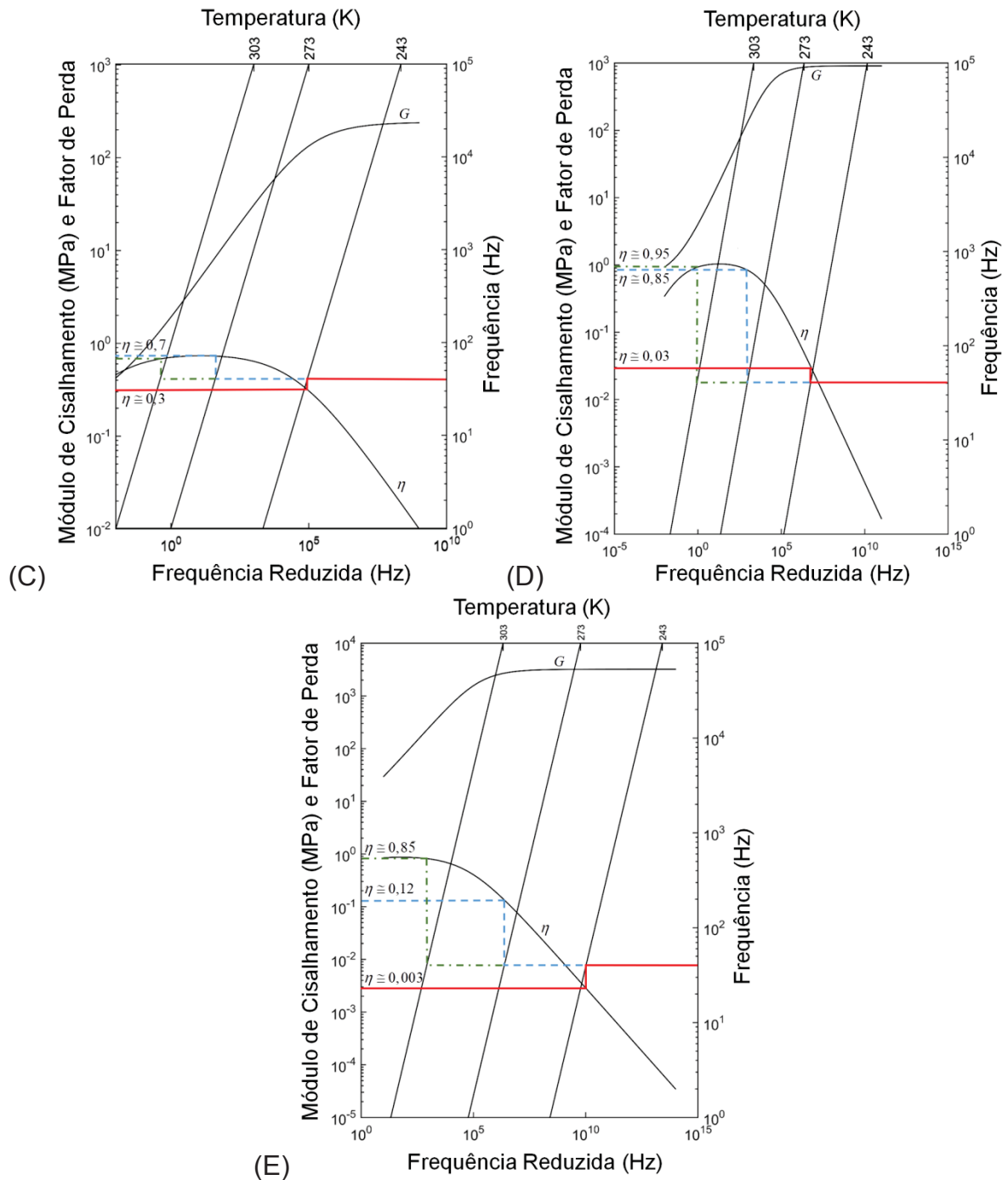
Den Hartog (1956)). Portanto, o algoritmo deve buscar o material viscoelástico que trabalha na região do nomograma que provê valores de fator de perda (η) de ordem próxima a 0,4 ($\eta \cong 2\xi$ quando $\Omega = \Omega_a$, sendo Ω_a a frequência natural do neutralizador).

Para a temperatura de 243K, a borracha natural se mostra mais interessante, pois reduziria a vibração, em termos globais, de maneira mais eficiente. Entretanto, para 273K, o neoprene e C2003 mostram-se mais eficientes que os demais materiais, enquanto que, para 303K, a borracha butílica, o C1002 e C2003 promovem um controle mais adequado.

A FIGURA 11 mostra os nomogramas para os respectivos materiais viscoelásticos utilizados na análise do sistema de um grau de liberdade. Estes nomogramas foram construídos a partir da metodologia numérica baseada no modelo fracionário de Zener, descrita no trabalho de Sousa *et al.* (2017), do grupo GVIBS. Nesta figura, é possível observar o comportamento do material viscoelástico para as três temperaturas, considerando a frequência natural ótima dos neutralizadores em aproximadamente 40 Hz.

FIGURA 11 – NOMOGRAMAS DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS (A) BORRACHA NATURAL, (B) NEOPRENE, (C) BORRACHA BUTÍLICA, (D) EAR C1002 E (E) EAR C2003.





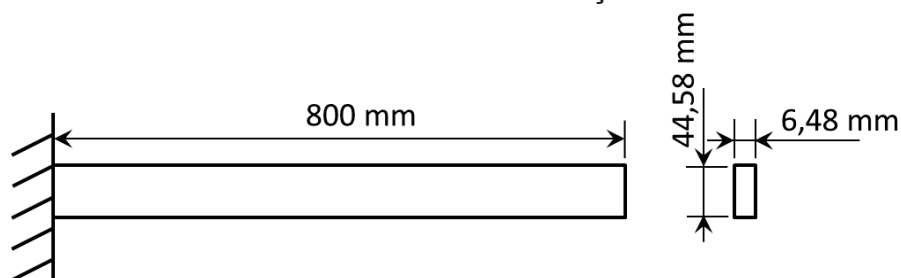
FONTE: O autor (2019)

O nomograma da FIGURA 11A, mostra que para a borracha natural na frequência ótima do neutralizador (40 Hz), o fator de perda, na faixa sugerida por Den Hartog ($0,36 \leq \eta \leq 0,48$), é atingido na temperatura de 243 K, ou seja, nas demais temperaturas avaliadas, o fator de perda promove um controle menos eficiente. Isto pode ser avaliado nos demais nomogramas para os demais materiais. De forma geral, no processo de otimização, a busca pelo material viscoelástico ótimo do neutralizador,

para o controle em banda larga de frequência, tende a fornecer materiais que trabalhem na região de transição dos nomogramas.

É importante notar que, em um controle em banda larga de frequências, este amortecimento equivalente pode mudar dependendo da quantidade de modos controlados, da faixa de frequência e da temperatura. Para visualizar a importância da escolha adequada do material viscoelástico no controle de estruturas de múltiplos graus de liberdade, o controle de vibração é realizado em uma viga engastada livre, utilizando os cinco materiais viscoelásticos do caso anterior, para as mesmas temperaturas. A viga é de aço 1020, com densidade $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$, módulo de elasticidade $E = 210 \text{ GPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$, sendo suas dimensões são apresentadas na FIGURA 12.

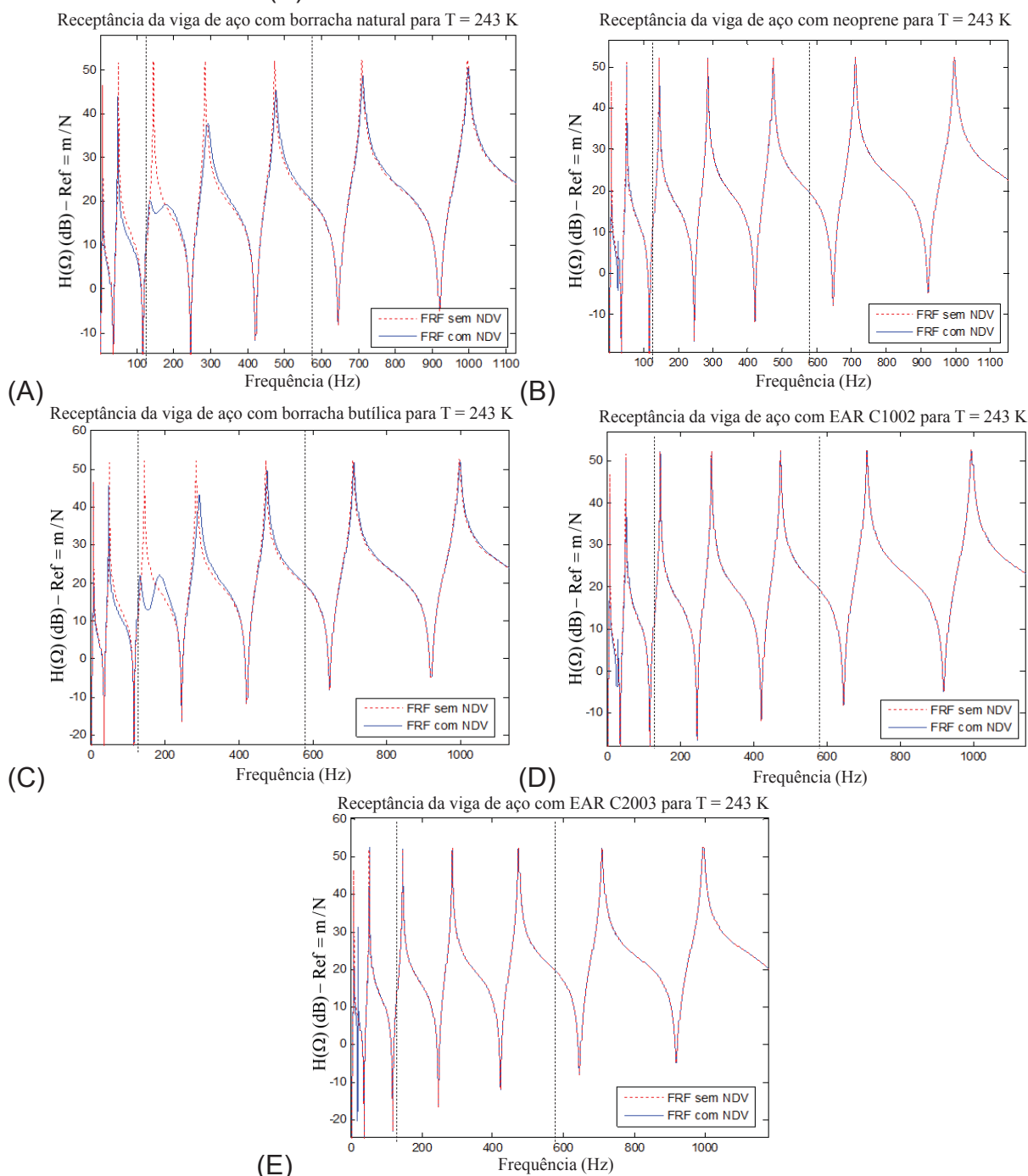
FIGURA 12 – DIMENSÕES DA VIGA DE AÇO ENGASTADA-LIVRE.



FONTE: O autor (2019)

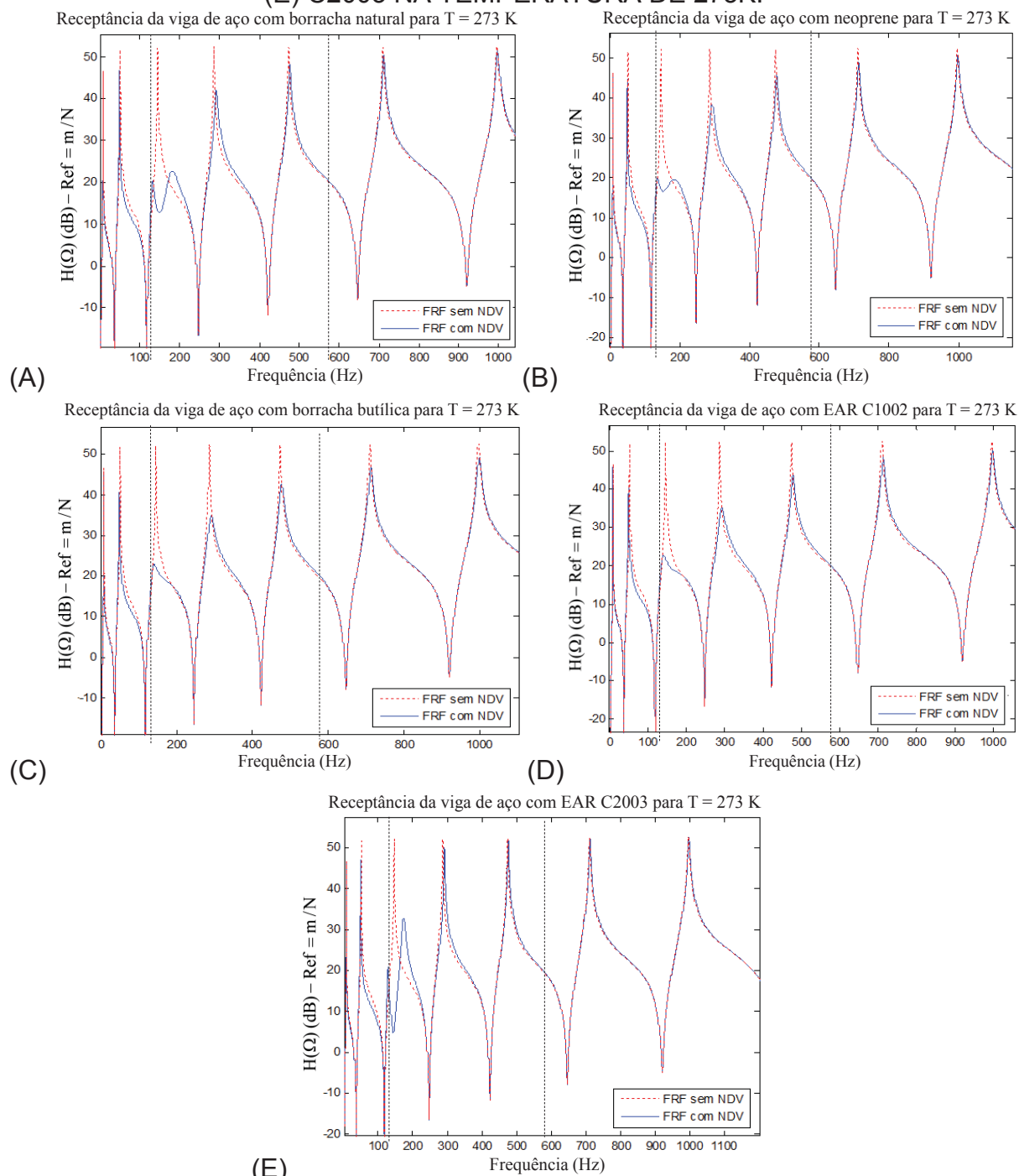
Os parâmetros modais da viga (os modos de vibrar, as frequências naturais e os amortecimentos modais) foram obtidos através de uma análise modal via elementos finitos implementado no *software* Matlab, considerando o elemento finito de viga, com 2 graus de liberdade por nó (translação e rotação) e uma malha com 20 elementos. A posição do NDV foi fixada na extremidade livre da viga. As FIGURAS 13, 14 e 15 apresentam o controle do terceiro, quarto e quinto modos de vibrar, simultaneamente.

FIGURA 13 – FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA VIGA ENGASTADA LIVRE, CONSIDERANDO NEUTRALIZADORES PROJETADOS COM (A) BORRACHA NATURAL, (B) NEOPRENE, (C) BORRACHA BUTÍLICA, (D) C1002 E (E) C2003 NA TEMPERATURA DE 243K.



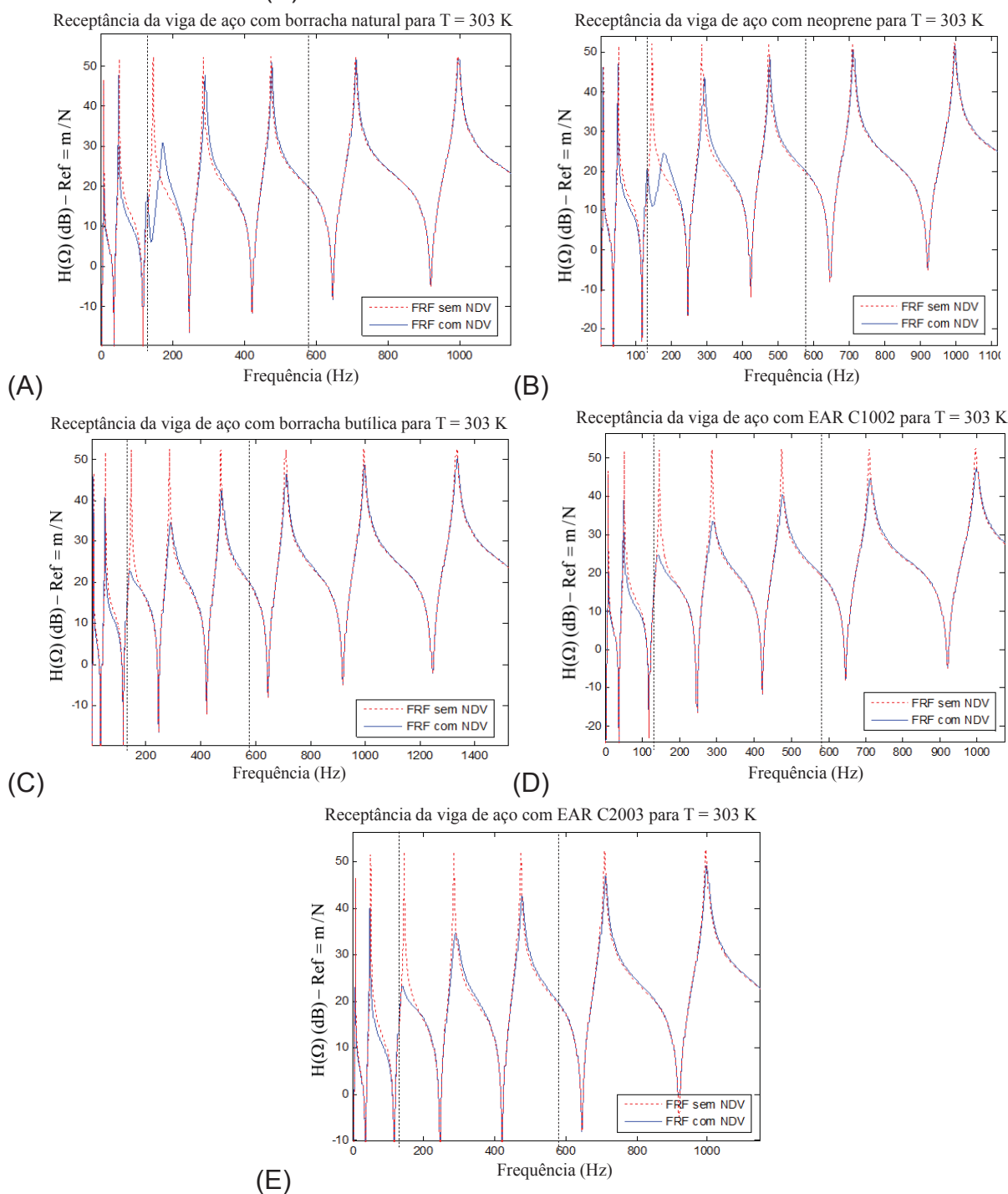
FONTE: O autor (2019)

FIGURA 14 – FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA VIGA ENGASTADA LIVRE, CONSIDERANDO NEUTRALIZADORES PROJETADOS COM (A) BORRACHA NATURAL, (B) NEOPRENE, (C) BORRACHA BUTÍLICA, (D) C1002 E (E) C2003 NA TEMPERATURA DE 273K.



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 15 – FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA VIGA ENGASTADA LIVRE, CONSIDERANDO NEUTRALIZADORES PROJETADOS COM (A) BORRACHA NATURAL, (B) NEOPRENE, (C) BORRACHA BUTÍLICA, (D) C1002 E (E) C2003 NA TEMPERATURA DE 303K.



FONTE: O autor (2019)

Para a temperatura de 243K, observa-se que o controle é mais eficiente utilizando a borracha natural. Já para 273K, a borracha butílica e o C1002 possuem comportamentos semelhantes no controle de vibração. A diferença entre esses dois materiais é quase imperceptível, mas poderia ser verificada através do valor da função

objetivo no processo de otimização. Da mesma maneira, para a temperatura de 303K, os materiais que controlaram melhor a estrutura são o C1002 e o C2003, mas com diferenças sutis.

Nos dois exemplos anteriores percebe-se, como era de se esperar, que existe um material mais adequado para o controle dependendo da faixa de frequência e da temperatura. Portanto, assumir o material viscoelástico como uma variável de projeto no processo de otimização trará um benefício no controle passivo de vibrações.

4.2 MODELAGEM DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO SIMPLES

Partindo da metodologia proposta por Espíndola e Silva (1992) para o controle de vibração de sistemas de um grau de liberdade através de NDVs simples, posteriormente expandida para o controle em banda larga por Espíndola e Bavastri (1997), o presente estudo, além de considerar as frequências naturais dos NDVs como parâmetros a serem otimizados, inclui também as posições dos NDVs sobre a estrutura e os materiais viscoelásticos que cada NDV deve possuir a fim de fornecer o melhor controle possível com a menor massa possível.

4.2.1 Cálculo das massas dos neutralizadores simples

Considerando o projeto de neutralizadores, os parâmetros construtivos a serem definidos são basicamente os seguintes: os parâmetros físicos (a frequência natural e o amortecimento, no caso do modelo viscoso ou equivalente para outros modelos, ou as dimensões associadas a geometria do ND, como a largura, espessura e comprimento de componentes do dispositivo), a posição do ND sobre a estrutura, e para neutralizadores viscoelásticos, o tipo de material (o que também influencia no controle da vibração).

A massa de cada NDV simples (1 GDL) pode ser obtida utilizando o método proposto por Espíndola e Silva (1992), que utiliza o conceito de relação de massas modal. Isso é feito em equivalência com o modelo proposto por Den Hartog (1956), para sistemas de um grau de liberdade.

Realizando uma análise modo a modo, ou seja, desprezando o acoplamento da equação 63, tem-se, comparando com o sistema clássico de um grau de liberdade, uma relação de massas no espaço modal que permite calcular as massas dos

neutralizadores simples. Parte-se do pressuposto que os resultados dos produtos $\hat{\Phi}^T \tilde{M}(\Omega) \hat{\Phi}$ e $\hat{\Phi}^T \tilde{C}(\Omega) \hat{\Phi}$ são predominantemente diagonais na maioria dos casos práticos. É possível afirmar também que este método assegura a participação modal no cálculo das massas, todavia, este procedimento é menos conservador do que quando comparado com o que considera o sistema primário como sendo de um grau de liberdade, como propõem Snowdon (1968) e Kittis (1983).

Tomando o j -ésimo modo da equação 63 e desprezando os termos fora da diagonal principal das matrizes $\hat{M}_a(\Omega)$ e $\hat{C}_a(\Omega)$, obtém-se:

$$\left[-\Omega^2 \left(\hat{m}_j + \sum_{i=1}^p m_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_{ij}}^2 \right) + i\Omega \left(\hat{c}_j + \sum_{i=1}^p c_{eq_i}(\Omega) \hat{\Phi}_{r_{ij}}^2 \right) + \hat{k}_j \right] \hat{P}_j(\Omega) = \hat{N}_j(\Omega), \quad (70)$$

para $j = 1, \dots, \hat{n}$.

Defini-se, então, a variável $H_j(\Omega)$ como:

$$H_j(\Omega) = \frac{\hat{P}_j(\Omega)}{\hat{N}_j(\Omega)} = \frac{1}{(\hat{k}_j - \Omega^2 \hat{m}_j + i\Omega \hat{c}_j) + \sum_{i=1}^p \hat{\Phi}_{r_{ij}}^2 \left(-\Omega^2 m_{eq_i}(\Omega) + i\Omega c_{eq_i}(\Omega) \right)}. \quad (71)$$

Para um sistema primário de um grau de liberdade, a expressão 71 fica:

$$H(\Omega) = \frac{Q(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{1}{(k - \Omega^2 m + i\Omega c) + \left(-\Omega^2 m_{eq}(\Omega) + i\Omega c_{eq}(\Omega) \right)}. \quad (72)$$

A relação das massas, neste tipo de sistema primário com um grau de liberdade pode ser escrita como $\mu = m_a/m$ (DEN HARTOG, 1956). Comparando a equação 71 com a 72, observa-se que a parte decorrente do acoplamento do neutralizador está sendo multiplicada por $\sum_{i=1}^p \hat{\Phi}_{r_{ij}}^2$. Assim, para um controle modo a modo, Espíndola e Silva (1992) propuseram uma relação da massa modal para sistemas com múltiplos graus de liberdade dada por:

$$\mu_j = \frac{\sum_{i=1}^p \hat{\Phi}_{r_{ij}}^2 m_{a_i}^{(j)}}{m_j}, \quad (73)$$

onde $m_{a_i}^{(j)}$ corresponde a massa do i -ésimo neutralizador ($i = 1, \dots, p$) para o j -ésimo modo de vibrar ($j = 1, \dots, \hat{n}$).

Até aqui, essa metodologia, proposta por Espíndola e Silva (1992) e utilizada em outros trabalhos (BAVASTRI, 1997 e SILVA, 2005, dentre outros), não considera diferentes massas para os NDVs, quando há mais de um NDV inserido na estrutura primária, ou seja, mesmo com um número de neutralizadores maior que um, assume-se o mesmo valor de massa para cada NDV. Já a presente metodologia apresenta o cálculo das massas dos NDVs de forma que eles possam assumir valores diferentes entre eles.

Para autovetores ortonormalizados através da matriz de massa, m_j é igual a 1 e os valores sugeridos para μ_j variam entre 0,1 a 0,25, de forma similar ao proposto por Den Hartog (1956). Desenvolvendo a equação 73, tem-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} [\hat{\Phi}_{r_1 1}^2 & \dots & \hat{\Phi}_{r_p 1}^2] & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & [\hat{\Phi}_{r_1 2}^2 & \dots & \hat{\Phi}_{r_p 2}^2] & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & [\hat{\Phi}_{r_1 \hat{n}}^2 & \dots & \hat{\Phi}_{r_p \hat{n}}^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m_{a_1}^{(1)} \\ \vdots \\ m_{a_p}^{(1)} \\ m_{a_1}^{(2)} \\ \vdots \\ m_{a_p}^{(2)} \\ \vdots \\ m_{a_1}^{(\hat{n})} \\ \vdots \\ m_{a_p}^{(\hat{n})} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_{\hat{n}} \end{Bmatrix}, \quad (74)$$

ou matricialmente:

$$\hat{\Phi}_{\hat{n} \times \hat{n} p}^* M_{a \hat{n} p \times 1}^* = \mu_{\hat{n} \times 1}, \quad (75)$$

Resolvendo o sistema de equações 75, obtêm-se as massas modais para cada neutralizador, através da solução de norma mínima associada à pseudo-inversa da matriz $\hat{\Phi}^*$. Portanto, a massa de cada neutralizador pode ser calculada por:

$$m_{a_i} = \frac{\sum_{j=1}^{\hat{n}} m_{a_i}^{(j)}}{\hat{n}}, \quad (76)$$

com $i = 1 a p$, onde p corresponde ao número de NDVs, e $j = 1 a \hat{n}$, onde \hat{n} corresponde ao número de modos a serem controlados. A massa de cada neutralizador (m_{a_i}) controla todos os modos contidos na faixa de frequência de interesse, sendo um valor médio naquela faixa.

Um caso particular que pode ser considerado é a mesma massa para todos os neutralizadores (como proposto por ESPÍNDOLA e SILVA (1992), BAVASTRI, 1997 e SILVA, 2005, dentre outros), em que a equação 73 passa a ser:

$$\mu_j = \frac{m_{a_j} \sum_{i=1}^p \hat{\Phi}_{rij}^2}{m_j}. \quad (77)$$

Portanto, a massa do i -ésimo NDV para o j -ésimo modo é escrita como:

$$m_a = \frac{\sum_{i=1}^p m_{a_j}}{p}. \quad (78)$$

Isto põe a teoria de controle modo a modo em paralelo com Den Hartog (1956), para sistemas primários de um grau de liberdade.

É importante ressaltar que, no caso geral, a massa de cada NDV simples está intimamente relacionada com a posição em que o mesmo será inserido sobre o sistema primário. Ou seja, os autovetores tomados para o cálculo da massa são respectivos aos graus de liberdade relacionados às posições dos neutralizadores.

Para NDV de MGD L o cálculo da massa dos mesmos é imediato. Ele se dá através do produto entre o volume do NDV com a densidade do material considerado no projeto (por exemplo, aço ou alumínio), tendo em vista que as dimensões do NDV são tomadas como variáveis de projeto.

4.2.2 Formulação do problema de projeto ótimo de NDVs de 1GDL

Os parâmetros ótimos dos NDVs de 1 GDL são obtidos através da minimização, simultânea, da norma euclidiana de um vetor cujas componentes são os máximos valores absolutos das coordenadas modais $P(\Omega)$ (equação 63) do sistema composto na banda de frequência analisada, e da massa total dos neutralizadores, o que é representado por

$$\text{Minimizar } f_{obj}(x) = \left\| \max_{\Omega_1 < \Omega < \Omega_2} \hat{P}(\Omega, x) \right\|_2 + w_2 \sum_{i=1}^p m_{a_i} \quad (79a)$$

$$\text{sujeito a } x^l < x < x^u \quad (79b)$$

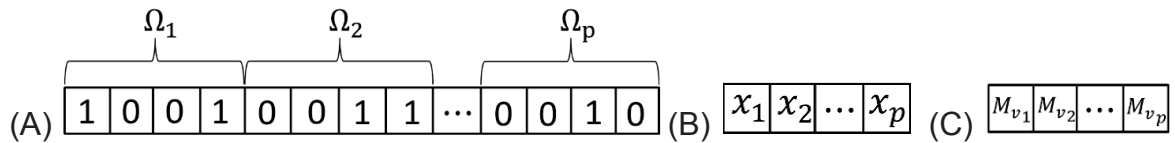
com $i = 1$ a p , onde $\mathbf{x} = (\boldsymbol{\Omega}_a, \tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{M}_v)$, para $\boldsymbol{\Omega}_a = [\Omega_{a_1}, \dots, \Omega_{a_p}]$, $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_p]$ e $\mathbf{M}_v = [M_{v_1}, \dots, M_{v_p}]$, sendo Ω_{a_i} a frequência natural do i -ésimo NDV, x_i a posição de fixação do i -ésimo NDV no sistema primário e M_{v_i} o material viscoelástico do i -ésimo NDV. Já Ω_1 e Ω_2 correspondem às frequências mínima e máxima da faixa de interesse, \mathbf{x}^l e \mathbf{x}^u correspondem aos vetores com os limites inferiores e superiores para as variáveis de projeto, e w_2 corresponde a um fator de ponderação definido por:

$$w_2 = \frac{\left\| \max_{\Omega_1 < \Omega < \Omega_2} \hat{P}(\Omega, \mathbf{x}) \right\|_2}{0,02m_{sp}}. \quad (80)$$

onde m_{sp} é a massa total do sistema primário. Esta ponderação é utilizada a fim de deixar ambas funções objetivo na mesma ordem de magnitude.

No presente estudo, o vetor de variáveis de projeto (\mathbf{x}) é composto das frequências naturais dos neutralizadores ($\boldsymbol{\Omega}_a$) (que variam de forma contínua e binária), das posições dos neutralizadores ($\tilde{\mathbf{x}}$) (que variam de forma discreta com valores inteiros) e do tipo de material viscoelástico (\mathbf{M}_v) (que também varia discretamente e com valores inteiros). Na programação de algoritmos genéticos, cada indivíduo (possível solução) é representado como ilustrado na FIGURA 16.

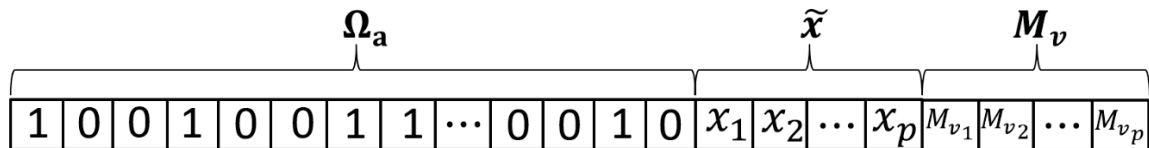
FIGURA 16 - VARIÁVEIS DE PROJETO DO NDV SIMPLES, (A) FREQUÊNCIA NATURAL, (B) POSIÇÃO E (C) MATERIAL VISCOELÁSTICO DO NEUTRALIZADOR.



FONTE: O autor (2019)

Cada indivíduo da população (possível configuração ótima) é codificado através do cromossomo (vetor de variáveis de projeto) apresentado na FIGURA 17.

FIGURA 17 - VETOR DE VARIÁVEIS DE PROJETO DO NDV SIMPLES.



FONTE: O autor (2019)

Os materiais viscoelásticos considerados no projeto ótimo dos NDVs são os seguintes: borracha natural, neoprene, borracha butílica, EAR C1002 e EAR C2003. Os três primeiros materiais são nacionais e os dois últimos são importados. Para os materiais viscoelásticos nacionais, os nomogramas foram obtidos através da metodologia desenvolvida pelo grupo de pesquisa, como pode ser visto em Espíndola *et al.* (2005). Já para os materiais importados, os nomogramas foram fornecidos pelo fabricante. Através dos nomogramas dos materiais, seus parâmetros podem ser identificados através de uma metodologia numérica baseada no modelo fracionário de Zener (veja SOUSA *et al.*, 2017). Os parâmetros identificados dos materiais viscoelásticos podem ser vistos na TABELA 1.

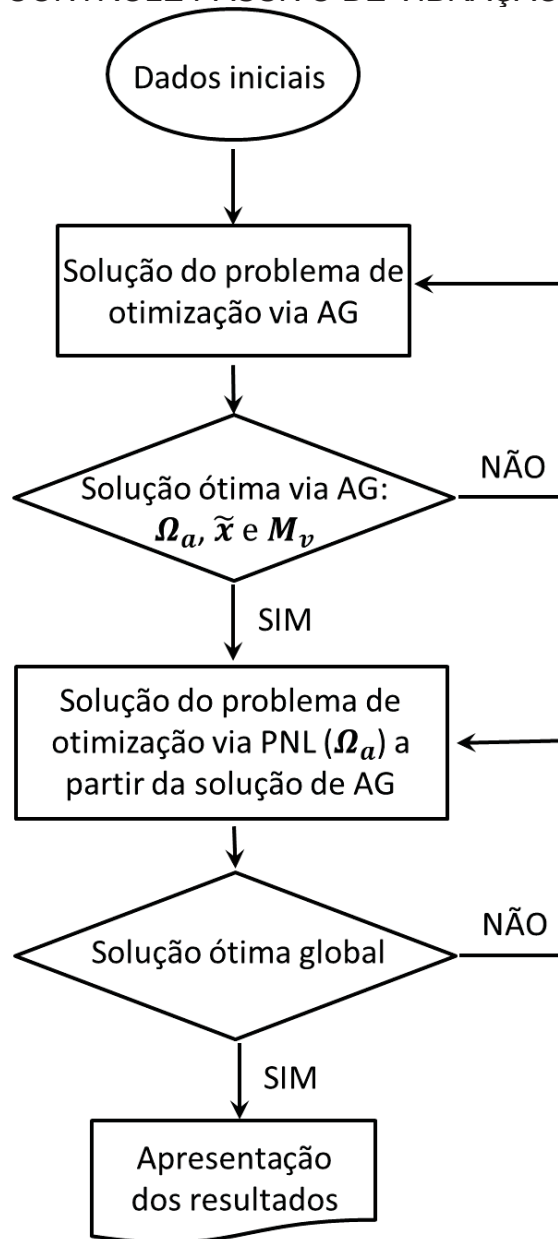
TABELA 1 – PARÂMETROS DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Material viscoelástico	T_0 (K)	G_0 (Pa)	G_∞ (Pa)	β	ϕ_0 (s) $^\beta$	θ_1	θ_2 (K)
Borracha Natural	273	2,79e ⁶	8,16e ⁸	0,297	0,000355	9,74	148
Neoprene	273	4,55e ⁶	4,18e ⁸	0,319	0,00274	5,09	46,5
Borracha Butílica	243	2,40e ⁶	1,52e ⁸	0,417	0,0223	7,98	81,7
C1002	285,7	6,45e ⁵	9,1e ⁸	0,536	0,00208	28,13	276
C2003	314,9	2,37e ⁶	3,21e ⁹	0,479	0,00160	126,49	1157

FONTE: O autor (2019)

O algoritmo geral da estrutura computacional utilizada no projeto ótimo dos NDV simples foi construído no *software* Matlab e tem como dados de entrada os seguintes parâmetros: os parâmetros modais da estrutura a ser controlada, a faixa de frequência de interesse, os modos a serem controlados, o número de NDVs, as possíveis posições dos NDVs, os limites para as variáveis de projeto e a temperatura de trabalho. Todas as variáveis de projeto são otimizadas simultaneamente por AG. Após a convergência ou quando se atinge um número determinado de gerações, um algoritmo de programação linear é aplicado utilizando a função *fminsearch* do Matlab (baseado no método Nelder–Mead) para refinar a solução referente à variável de projeto da frequência natural dos NDVs (que varia continuamente) fornecida pelo AG. As demais variáveis se mantêm com os mesmos valores fornecidos pelo AG (posições e materiais viscoelásticos). Este algoritmo pode ser representado através do fluxograma simplificado apresentado na FIGURA 18.

FIGURA 18 – ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DE NDVS SIMPLES APLICADO AO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO.



FONTE: O autor (2019)

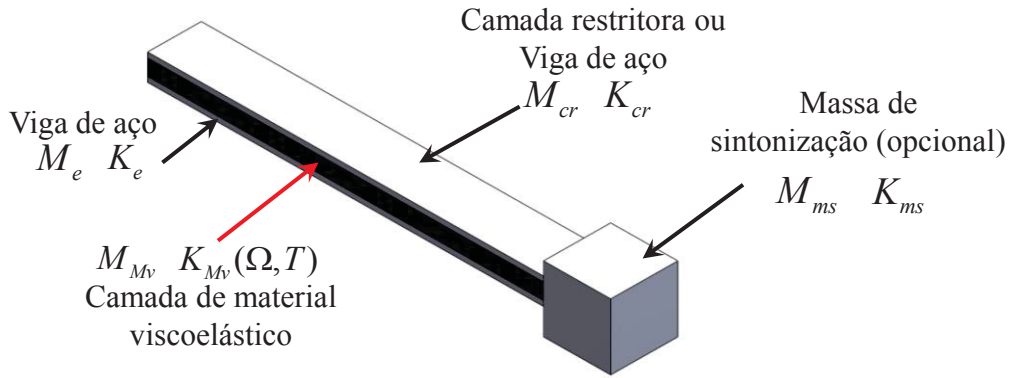
Tomando os parâmetros ótimos fornecidos pelo algoritmo (frequências naturais, posições e materiais viscoelásticos), é possível construir cada neutralizador. Para isto, a frequência natural, as características dinâmicas do material viscoelástico, e a massa do i -ésimo neutralizador permitem obter o fator geométrico do elemento viscoelástico através de uma manipulação da equação 22, de modo que:

$$\vartheta_i = \frac{\Omega_{a_i}^2 m_{a_i}}{G(\Omega_{a_i})}. \quad (81)$$

4.3 MODELAGEM DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO DE MGD

A metodologia proposta pelo presente estudo também considera um NDV com múltiplos graus de liberdade. Para tal, utiliza-se o modelo de uma viga tipo sanduíche (viga metálica/camada viscoelástica/viga metálica ou camada restritora) modelada por elementos finitos, com ou sem uma massa de sintonização ou massa pontual (concentrada) na extremidade livre do NDV, como mostra a FIGURA 19.

FIGURA 19 – MODELO DO NEUTRALIZADOR DO TIPO VIGA SANDUÍCHE



FONTE: O Autor (2019)

Na FIGURA 19, M_e e K_e correspondem à matriz de massa e de rigidez da parte metálica do neutralizador, M_{Mv} e $K_{Mv}(\Omega, T)$ são as matrizes de massa e de rigidez do material viscoelástico, M_{cr} e K_{cr} são as matrizes de massa e de rigidez da camada restritora (ou viga metálica) e M_{ms} e K_{ms} correspondem à matriz de massa e de rigidez da massa de sintonização. O tamanho dessas submatrizes está associado ao tamanho da malha, ou seja, ao número de graus de liberdade do problema de elementos finitos. Portanto, quanto maior o refino da malha maior será o tamanho dessas submatrizes e, conseqüentemente, maior capacidade computacional será necessária para se obter a resposta dinâmica do neutralizador.

As matrizes de massa e de rigidez globais do neutralizador podem ser representadas da seguinte forma:

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} [M_e] & & & \\ & [M_{Mv}] & & \\ & & [M_{cr}] & \\ & & & [M_{ms}] \end{bmatrix} \text{ e } \tilde{K}(\Omega, T) = \begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [K_{Mv}(\Omega, T)] & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix}, \quad (82)$$

onde estas matrizes representam a superposição das submatrizes de massa (M_e , M_{M_v} , M_{cr} e M_{ms}) e de rigidez (K_e , $K_{M_v}(\Omega, T)$, K_{cr} e K_{ms}) de cada setor nas matrizes globais (\tilde{M} e $\tilde{K}(\Omega, T)$).

Considerando o neutralizador apresentado na FIGURA 19, a equação de movimento do mesmo pode ser escrita como:

$$[-\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + \tilde{K}(\Omega, T)]Q_{NDV}(\Omega) = F_{NDV}(\Omega), \quad (83)$$

sendo $Q_{NDV}(\Omega)$ o vetor das coordenadas generalizadas do neutralizador, $F_{NDV}(\Omega)$ o vetor de forças aplicado ao neutralizador, \tilde{C} matriz com os coeficientes de amortecimento da parte metálica (elástica) do neutralizador, \tilde{M} é a matriz de massa e $\tilde{K}(\Omega, T)$ a matriz de rigidez global do NDV de MGD.

A matriz \tilde{M} é constante e pode ser construída via *software* de elementos finitos de forma direta (nesta tese utilizou-se o ANSYS), ou seja, apenas inserindo as propriedades de cada material (densidade, também denominada massa específica) e a geometria de cada setor. Porém, a matriz $\tilde{K}(\Omega, T)$ varia com a frequência, considerando uma temperatura constante. Por conveniência, esta matriz é representada pela seguinte soma de matrizes:

$$\tilde{K}(\Omega, T) = K_m + K_{M_v}^* + K_{M_v}^{**}(\Omega, T), \quad (84)$$

onde

$$K_m = \begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [0] & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix}, \quad (85)$$

$$K_{M_v}^* = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ & [K_{aux}]E_c(\Omega_0, T) & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix} \mathbf{e} \quad (86)$$

$$K_{M_v}^{**}(\Omega, T) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ & [K_{aux}]\Delta E_c(\Omega, T) & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix}, \quad (87)$$

sendo K_{aux} uma submatriz avaliada em $E = 1 \text{ Pa}$ e aplicada nas conectividades do setor do material viscoelástico, $E_c(\Omega_0, T)$ corresponde ao módulo de elasticidade complexo avaliado na frequência de referência Ω_0 (rad/s) e $\Delta E_c(\Omega, T)$ é definido partindo do módulo de elasticidade complexo. Reescrevendo o módulo de elasticidade complexo, por conveniência da presente metodologia, tem-se a seguinte equação:

$$E_c(\Omega, T) = E_c(\Omega_0, T) + \Delta E_c(\Omega, T), \quad (88)$$

logo, isolando o termo $\Delta E_c(\Omega, T)$ da equação 88, tem-se:

$$\Delta E_c(\Omega, T) = E_c(\Omega, T) - E_c(\Omega_0, T) = \frac{E_0 + E_\infty \phi_0(i\Omega_R)^\beta}{1 + \phi_0(i\Omega_R)^\beta} - \frac{E_0 + E_\infty \phi_0(i\Omega_0 \alpha_T)^\beta}{1 + \phi_0(i\Omega_0 \alpha_T)^\beta}. \quad (89)$$

Para se construir a matriz $K_{M_v}^*$ é necessário conhecer os graus de liberdade e suas conectividades referentes à camada viscoelástica. Para isto, consideram-se as seguintes matrizes auxiliares:

$$\check{K}_1 = \begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [K_{aux}] 40 \text{ GPa} & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix} \text{ e } \check{K}_2 = \begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [K_{aux}] 20 \text{ GPa} & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix}. \quad (90)$$

Essas matrizes são extraídas do *software* ANSYS. Na matriz \check{K}_1 , é considerado um módulo de elasticidade constante $E = 40 \text{ GPa}$ multiplicando a submatriz K_{aux} . E na matriz \check{K}_2 , o módulo de elasticidade é $E = 20 \text{ GPa}$ e este multiplica a submatriz K_{aux} .

Definindo uma terceira matriz auxiliar, $K_{M_v aux}$, dada pela subtração da matriz \check{K}_1 pela matriz \check{K}_2 , tem-se:

$$K_{M_v aux} = \check{K}_1 - \check{K}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ & [K_{aux}](E_1 - E_2) & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ & [K_{aux}] 20 \text{ GPa} & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix}. \quad (91)$$

Observa-se que a matriz $K_{M_v aux}$ possui valores somente nos graus de liberdade, e em suas conectividades, do setor da camada viscoelástica, e nas demais

posições dessa matriz o valor é zero. Assim, a matriz $K_{M_v}^*$ é obtida através da seguinte operação:

$$K_{M_v}^* = K_{M_v_{aux}} \frac{E_c(\Omega_0, T)}{(E_1 - E_2)} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ [K_{aux}] 20 \text{ GPa} & & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \frac{E_c(\Omega_0, T)}{20 \text{ GPa}},$$

logo

$$K_{M_v}^* = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ [K_{aux}] E_c(\Omega_0, T) & & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ [K_{aux}] & & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \frac{E_0 + E_\infty \phi_0 (i\Omega_0 \alpha_T)^\beta}{1 + \phi_0 (i\Omega_0 \alpha_T)^\beta}. \quad (92)$$

Para construir a matriz K_m é necessário conhecer os graus de liberdade e conectividades onde se tem o material metálico, ou seja, os termos da matriz referente ao material viscoelástico são equivalentes à zero. Para isto, realiza-se a seguinte operação:

$$K_m = \tilde{K}_1 - K_{M_v_{aux}} \frac{E_1}{(E_1 - E_2)} =$$

$$\begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [K_{aux}] 40 \text{ GPa} & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ [K_{aux}] 20 \text{ GPa} & & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \frac{40 \text{ GPa}}{20 \text{ GPa}}$$

$$\begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [K_{aux}] 40 \text{ GPa} & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ [K_{aux}] 40 \text{ GPa} & & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_m = \begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [0] & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix}. \quad (93)$$

Com as matrizes K_m e $K_{M_v}^*$, resolve-se o problema de autovalores e autovetores, descrito por:

$$\lambda_{NDV_i} \tilde{M} \phi_{NDV_i} = \tilde{K}^* \phi_{NDV_i}, \quad (94)$$

onde

$$\tilde{K}^* = K_m + K_{Mv}^* = \begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [K_{aux}] E_c(\Omega_0, T) & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix}. \quad (95)$$

Os autovalores e autovetores obtidos através da equação (94) podem ser truncados para diminuir o custo computacional. Portanto, o tamanho dessas matrizes é dado pelo número de graus de liberdade do problema de elementos finitos (n_{MEF}) e dos números de modos considerados no truncamento dessas matrizes (\hat{n}_{MEF}). Com essas considerações, a matriz de autovalores truncada é representada por $\hat{\Lambda}_{NDV}$ e a matriz de autovetores truncada por $\hat{\Phi}_{NDV}^*$.

Através de um processo semelhante ao da equação (43), os autovetores são ortonormalizados através de $\sqrt{m_{NDV_j}}$, logo $\hat{\Phi}_{NDV_j}^T \tilde{M} \hat{\Phi}_{NDV_j} = \tilde{I}_j$, onde \tilde{I}_j é uma matriz identidade de tamanho $\hat{n}_{MEF} \times \hat{n}_{MEF}$, com $j = 1, \dots, \hat{n}_{MEF}$. Considerando a transformação:

$$Q_{NDV}(\Omega) = \hat{\Phi}_{NDV} \hat{P}_{NDV}(\Omega), \quad (96)$$

a equação de movimento, no domínio da frequência, pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \left[-\Omega^2 \hat{\Phi}_{NDV}^T \tilde{M} \hat{\Phi}_{NDV} + i\Omega \hat{\Phi}_{NDV}^T \tilde{C} \hat{\Phi}_{NDV} + \hat{\Phi}_{NDV}^T \tilde{K}(\Omega, T) \hat{\Phi}_{NDV} \right] \hat{P}_{NDV}(\Omega) = \\ \hat{\Phi}_{NDV}^T F_{NDV}(\Omega). \end{aligned} \quad (97)$$

A solução da equação de movimento requer a matriz de rigidez global. $\tilde{K}(\Omega, T)$, com as propriedades dinâmicas do material viscoelástico avaliadas para cada frequência, considerando uma temperatura fixa. Considera-se a seguinte operação:

$$\tilde{K}(\Omega, T) = \tilde{K}^* + K_{Mv}^{**}(\Omega, T)$$

$$\begin{aligned}
\tilde{K}(\Omega, T) &= \begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [K_{aux}]E_c(\Omega_0, T) & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & & & \\ & [K_{aux}]\Delta E_c(\Omega, T) & & \\ & & [0] & \\ & & & [0] \end{bmatrix} = \\
\tilde{K}(\Omega, T) &= \begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [K_{aux}]E_c(\Omega_0, T) & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & & & \\ & [K_{aux}](E_c(\Omega, T) - (E_c(\Omega_0, T))) & & \\ & & [0] & \\ & & & [0] \end{bmatrix} = \\
\tilde{K}(\Omega, T) &= \begin{bmatrix} [K_e] & & & \\ & [K_{aux}]E_c(\Omega, T) & & \\ & & [K_{cr}] & \\ & & & [K_{ms}] \end{bmatrix}. \quad (98)
\end{aligned}$$

Através da descrição acima, a equação de movimento apresentada na equação (97) pode ser reescrita como:

$$\left[-\Omega^2 \tilde{I} + i\Omega \tilde{C} + \hat{\Lambda}_{NDV} + \hat{\Phi}_{NDV}^T K_{M_v}^{**}(\Omega, T) \hat{\Phi}_{NDV} \right] \hat{P}_{NDV}(\Omega) = \hat{\Phi}_{NDV}^T F_{NDV}(\Omega), \quad (99)$$

onde $\tilde{C} = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_j\Omega_j & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}$, ou seja, considera-se aqui, o amortecimento viscoso proporcional, sendo ξ_j j -ésima razão de amortecimento modal da parte metálica (elástica) do neutralizador (equação 46) e Ω_j a j -ésima frequência natural do neutralizador.

Com o acoplamento das matrizes de rigidez, tem-se a nova função $\hat{P}_{NDV}(\Omega)$, considerando o neutralizador com uma camada viscoelástica que varia em função da frequência, dada por:

$$\hat{P}_{NDV}(\Omega) = \left[-\Omega^2 \tilde{I} + i\Omega \tilde{C} + \hat{\Lambda}_{NDV} + \hat{\Phi}_{NDV}^T K_{M_v}^{**}(\Omega, T) \hat{\Phi}_{NDV} \right]^{-1} \hat{\Phi}_{NDV}^T F_{NDV}(\Omega). \quad (100)$$

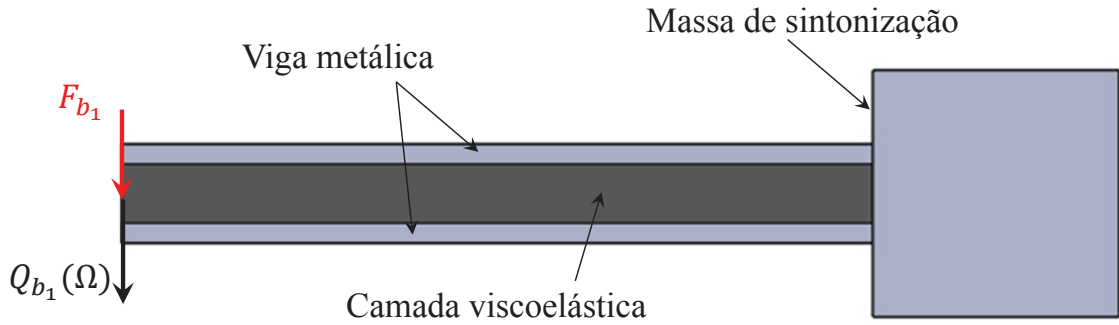
Para um dispositivo de um grau de liberdade com amortecimento viscoso, a rigidez dinâmica obtida na base do neutralizador é dada por:

$$k_b(\Omega) = \frac{1}{H_b(\Omega)} = \frac{F_b(\Omega)}{Q_b(\Omega)} = \frac{-\Omega^2 m(k + i\Omega c)}{-\Omega^2 m + i\Omega c + k}, \quad (101)$$

onde $H_b(\Omega)$ é denominada receptância na base do neutralizador, $Q_b(\Omega)$ deslocamento na base do neutralizador, $F_b(\Omega)$ força de excitação na base do neutralizador, m é a massa do neutralizador, c é o amortecimento viscoso do neutralizador e k é a constante de rigidez da mola do neutralizador. Já para um modelo de neutralizador simples viscoelástico, a rigidez dinâmica na base do neutralizador é dada pela equação (31).

No caso de um NDV de MGD, a rigidez dinâmica na base do neutralizador pode ser obtida considerando uma força unitária aplicada em um grau de liberdade da base do neutralizador, como é representado na FIGURA 20.

FIGURA 20 – REPRESENTAÇÃO DO VETOR FORÇA E DAS COORDENADAS GENERALIZADAS NA BASE DO NDV PROPOSTO DE MGD.



FONTE: O autor (2019)

Portanto, a força aplicada na base do NDV é construída de forma que somente a componente de translação, na direção de interesse, de um dos graus de liberdade da base, possui valor unitário, enquanto as demais componentes do vetor são iguais à zero. Esta componente é representada como F_{b_1} . A seguinte equação mostra como este vetor é construído:

$$F_{NDV}(\Omega) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ F_{b_1} \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (102)$$

onde $F_{b_1} = 1$.

Como o objetivo é obter a rigidez dinâmica na base do neutralizador, toma-se somente o deslocamento da base do neutralizador, ou seja, a componente que corresponde ao mesmo grau de liberdade utilizado no vetor $F_{NDV}(\Omega)$. Esse

deslocamento é representado por $Q_{b_1}(\Omega)$. Portanto, a rigidez dinâmica na base de cada NDV de MGDL é aproximadamente dada por:

$$k_b(\Omega) = \frac{F_{b_1}}{Q_{b_1}(\Omega)}. \quad (103)$$

4.3.1 Sistema composto com neutralizador dinâmico viscoelástico de MGDL

A partir da rigidez dinâmica na base do neutralizador, constrói-se a matriz de rigidez equivalente para posteriormente modelar a equação de movimento do sistema composto. Esta matriz equivalente é uma matriz de zeros, sendo que somente as componentes dos graus de liberdade onde são posicionados os neutralizadores possuem o valor da rigidez dinâmica na base do p -ésimo neutralizador:

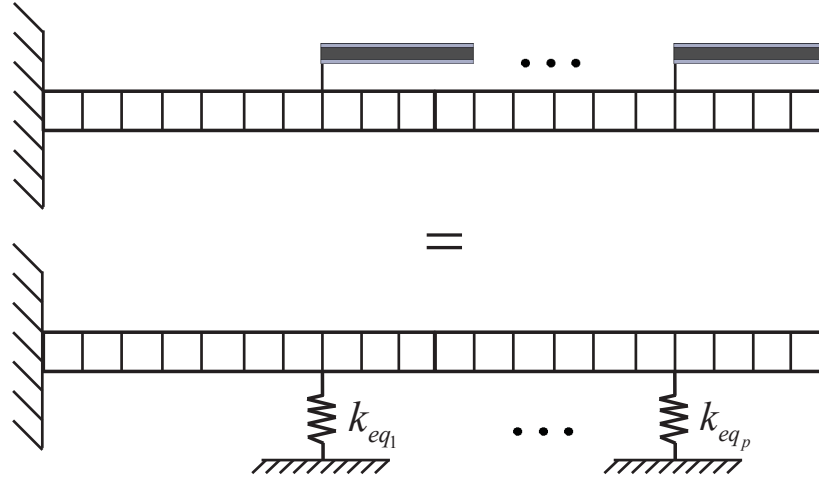
$$K_{eq}(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & & & \dots & & 0 \\ & \ddots & & & & \\ & & k_{b_1}(\Omega) & & & \\ \vdots & & & \ddots & k_{b_p}(\Omega) & \vdots \\ 0 & & & \dots & & 0 \end{bmatrix}. \quad (104)$$

A equação de movimento do sistema composto é dada por (vide segundo modelo exposto na equação 59):

$$[-\Omega^2 M + i\Omega C + \tilde{K}(\Omega)]Q(\Omega) = F(\Omega), \quad (105)$$

onde $\tilde{K}(\Omega) = K + K_{eq}(\Omega)$. No modelo proposto, o acoplamento do NDV ocorre em um grau de liberdade de translação do sistema primário, podendo ser considerado, em outro estudo, o acoplamento no grau de liberdade de rotação, simultaneamente. Este modelo equivalente é representado na FIGURA 21.

FIGURA 21 – MODELO EQUIVALENTE DO PROBLEMA PROPOSTO



FONTE: O autor (2019)

Semelhante ao processo de construção das coordenadas principais do sistema composto mostrado na equação (63) para o modelo de NDVs de 1 GDL, para NDVs de MGDL esta equação pode ser escrita como:

$$\hat{P}_{sc}(\Omega) = [-\Omega^2 \hat{I} + i\Omega \hat{\Phi}^T \hat{C} \hat{\Phi} + \hat{\Lambda} + \hat{\Phi}^T K_{eq}(\Omega) \hat{\Phi}]^{-1} \hat{\Phi}^T F(\Omega). \quad (106)$$

onde \hat{I} corresponde à matriz identidade do sistema primário (truncada), \hat{C} corresponde a matriz de amortecimento viscoso do sistema primário (truncada), $\hat{\Lambda}$ corresponde aos autovalores do sistema primário (truncada) e $\hat{\Phi}$ corresponde à matriz de autovetores do sistema primário (truncado), como visto na seção 3.4.1.

Como pode ser observado acima, a capacidade do neutralizador controlar a vibração do sistema primário está atrelada à rigidez dinâmica na base do mesmo. Esta rigidez dinâmica depende das características físicas do neutralizador (geometria/inércia e massa), bem como do material viscoelástico considerado. A determinação desses parâmetros é uma tarefa difícil. Portanto, faz-se necessário empregar uma técnica de otimização robusta capaz de fornecer os parâmetros ótimos do neutralizador com objetivo de prover o melhor controle da vibração da estrutura primária.

4.3.2 Formulação do problema de projeto ótimo de NDVs de MGDL

Neste trabalho, as informações necessárias para descrever o problema padrão de otimização podem ser escritas como:

Função objetivo: É uma função que descreve o mérito de cada configuração do sistema ao longo do processo de busca da solução ótima. Para o problema em tela, trata-se da minimização da função $\hat{P}_{SC}(\Omega)$ (vetor de coordenadas principais do sistema composto) obtida a partir da equação (106), simultaneamente a minimização da massa total dos neutralizadores. A função $fobj(x)$ contempla a norma dois dos valores máximos da função $\hat{P}_{SC}(\Omega)$ no intervalo de frequências avaliado, e pode ser expressa por

$$fobj(x) = \left\| \max_{\Omega_1 < \Omega < \Omega_2} \hat{P}_{SC}(\Omega, x) \right\|_2 + w_2 \sum_{i=1}^p m_{a_i}, \quad (107)$$

onde Ω_1 e Ω_2 correspondem às frequências mínima e máxima da faixa de interesse.

Variáveis de projeto: Correspondem aos parâmetros que se alteram no processo de otimização. No presente estudo, o vetor de variáveis de projeto é composto pelas dimensões dos neutralizadores (\mathbf{d}) (que variam de forma contínua e binária e são fornecidas em metros), a massa de sintonização ou massa pontual (\mathbf{ms}), onde esta última trata-se de uma massa concentrada em um nó da extremidade livre da viga. Esta variável de projeto varia de forma contínua e binária, e pode assumir um valor de comprimento (em m) quando considerada uma massa de sintonização modelada por elementos finitos, ou de massa quando considerada a massa pontual (em kg). Além disso, ela é uma variável de projeto opcional, ou seja, o neutralizador pode ser projetado sem a consideração da mesma. Outras variáveis de projeto consideradas são as posições dos neutralizadores (\tilde{x}) (que variam de forma discreta com valores inteiros e correspondem aos nós ou aos pontos discretizados da estrutura primária) e os tipos de material viscoelástico (\mathbf{M}_V) (o que também variam discretamente e com valores inteiros; a partir dos dados fornecidos na TABELA 2). As dimensões otimizadas que correspondem às variáveis de projeto \mathbf{d} , são: h_1 , que corresponde à altura da parte metálica da viga; b_1 , que corresponde à largura (base) da viga; e L_1 , que é o comprimento da viga.

Na programação de algoritmos genéticos, a altura da camada viscoelástica, denominada h_2 , varia discretamente, pois os materiais viscoelásticos disponíveis no GVIBS e nos catálogos comerciais são fornecidos em mantas com espessuras pré-definidas. No presente trabalho são considerados cinco materiais viscoelásticos no

processo de otimização, quais sejam: borracha natural, neoprene, borracha butílica, EAR C1002 e EAR C2003. Portanto, as variáveis de projeto M_V são disponibilizadas em função do material e sua espessura, como pode ser visto na TABELA 2. A densidade de cada material, respectivamente, é: 920 kg/m³, 1230 kg/m³, 930 kg/m³, 1289 kg/m³ e 1714 kg/m³. Os nomogramas para cada material viscoelástico, na região de interesse, podem ser observados na FIGURA 11.

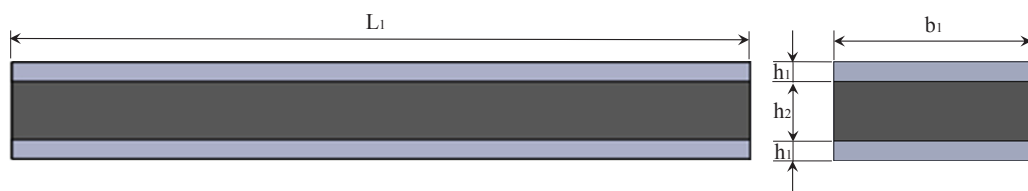
TABELA 2 – MATERIAIS VISCOELÁSTICOS E SUAS RESPECTIVAS ESPESSURAS

Material Viscoelástico	Espessura 1	Espessura 2	Espessura 3	Espessura 4	Espessura 5	Espessura 6
Borracha Natural	1/16 "	1/8 "	3/16 "	1/4 "	1/2 "	-
Neoprene	1/32 "	1/16 "	3/32 "	1/8 "	3/16 "	-
Borracha Butílica	1/32 "	1/16 "	1/8 "	1/4 "	1/2 "	-
EAR C1002	0,015"	0,030"	0,062"	1/8 "	1/4 "	1/2 "
EAR C2003	0,05"	0,055"	1/8 "	3/16 "	-	-

FONTE: O autor (2019)

Três opções de NDVs de MGD L são propostas neste trabalho. A primeira considera apenas uma viga sanduíche (material metálico/viscoelástico/metálico). Neste caso, o tempo computacional é reduzido, pois não há a necessidade de se considerar a variável referente à massa de sintonização, ou à massa pontual, além de reduzir o tamanho das matrizes por elementos finitos. Portanto, as variáveis a serem otimizadas quanto às dimensões do neutralizador são apresentadas na FIGURA 22.

FIGURA 22 – VARIÁVEIS DE PROJETO QUANTO ÀS DIMENSÕES DO NDV DO TIPO VIGA SANDUÍCHE.

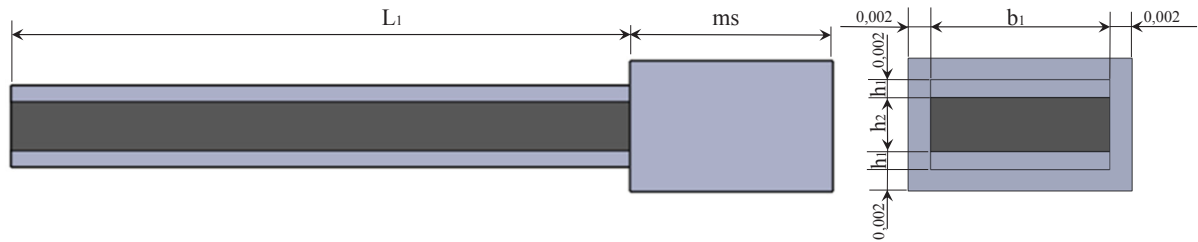


FONTE: O autor (2019)

A segunda opção é inserir uma massa de sintonização na extremidade livre da viga. Neste caso, a variável de projeto m_s é o comprimento da massa de sintonização e a seção transversal da massa de sintonização é definida a partir da seção transversal da viga sanduíche. Optou-se em manter a seção transversal fixa para não

gerar problemas na concatenação dos elementos da massa de sintonização com os elementos da viga sanduíche. A seção transversal da massa de sintonização é concêntrica em relação à seção transversal da viga e possui 2 mm a mais em cada dimensão da seção. Logo, a base da massa de sintonização é $b_1 + 4 \text{ mm}$ e a altura é $h_1 + 4 \text{ mm}$ como mostra a FIGURA 23.

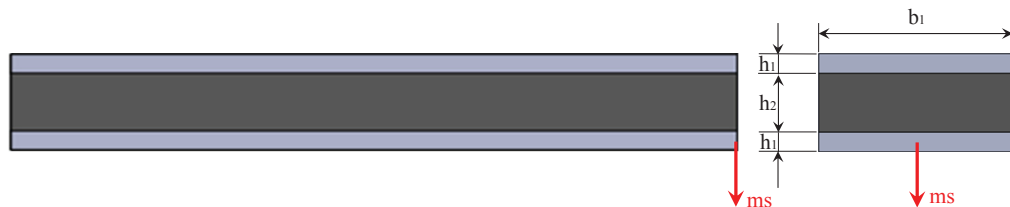
FIGURA 23 – VARIÁVEIS DE PROJETO QUANTO ÀS DIMENSÕES DO NDV DO TIPO VIGA SANDUÍCHE COM MASSA DE SINTONIZAÇÃO.



FONTE: O autor (2019)

A terceira solução é uma viga sanduíche semelhante à mostrada na FIGURA 22, com uma massa concentrada na extremidade livre da viga e posicionada na parte central da viga metálica inferior. Neste caso, a variável de projeto ms assume um valor de massa em kg, pois esta massa de sintonização não adiciona uma geometria discretizada por elementos finitos. Esta abordagem é interessante, pois ao invés de modelar uma geometria na ponta da viga que, conseqüentemente, aumenta o número de graus de liberdade do problema de MEF e produz as matrizes M_{ms} e K_{ms} vistas anteriormente, aplica-se uma massa concentrada e esta é inserida na matriz de massa da parte metálica do neutralizador (M_e). As dimensões a serem otimizadas são apresentadas na FIGURA 24.

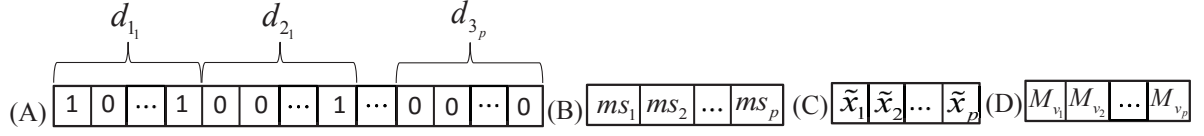
FIGURA 24 – VARIÁVEIS DE PROJETO QUANTO ÀS DIMENSÕES DO NDV DO TIPO VIGA SANDUÍCHE COM MASSA DE SINTONIZAÇÃO PONTUAL.



FONTE: O autor (2019)

As variáveis de projeto são representadas na FIGURA 25.

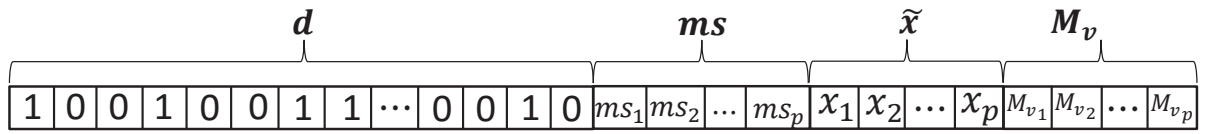
FIGURA 25 – VARIÁVEIS DE PROJETO, (A) DIMENSÕES, (B) MASSA DE SINTONIZAÇÃO, (C) POSIÇÃO E (D) MATERIAL VISCOELÁSTICO DO NEUTRALIZADOR.



FONTE: O autor (2019)

O vetor de variáveis de projeto completo, inserido no algoritmo, é representado pela FIGURA 26.

FIGURA 26 - VETOR DE VARIÁVEIS DE PROJETO.



FONTE: O autor (2019)

Restrições: As limitações do projeto são descritas na formulação do problema de otimização, na forma de funções restrições impostas ao mesmo. As restrições consideradas neste trabalho são quanto aos limites inferior e superior dos parâmetros geométricos h_1 , b_1 e L_1 , o limite inferior e superior dos nós em que se pode posicionar o neutralizador e o primeiro e o último material viscoelástico que o algoritmo pode escolher com sua respectiva espessura. Os limites inferiores são representados por x^l e os limites superiores por x^u , onde $x^l = \{h_1^l, b_1^l, L_1^l, ms^l, \tilde{x}^l, M_v^l\}$ e $x^u = \{h_1^u, b_1^u, L_1^u, ms^u, \tilde{x}^u, M_v^u\}$.

Tomando como base as informações supracitadas, o problema padrão de otimização do presente trabalho pode ser posto como:

$$\text{Minimizar } fobj(x) = \left\| \max_{\Omega_1 < \Omega < \Omega_2} \hat{P}_{SC}(\Omega, x) \right\|_2 + w_2 \sum_{i=1}^p m_{a_i} \quad (108a)$$

$$\text{Sujeito a } x^l < x < x^u \quad (108b)$$

onde $x = (d, ms, \tilde{x}, M_v)$, com $d = [d_{1_1}, d_{2_1}, \dots, d_{j_p}]$, $ms = [ms_1, \dots, ms_p]$, $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_p]$ e $M_v = [M_{v_1}, \dots, M_{v_p}]$, sendo d_{j_p} a j -ésima dimensão do p -ésimo NDV de MGD L.

4.3.3 Metodologia computacional para o projeto ótimo de NDVs de MGD

O trabalho proposto tem por objetivo obter a configuração ótima dos neutralizadores a fim de minimizar a vibração de estruturas, atendendo alguns critérios comportamentais da mesma e alguns limites de projeto. Em termos matemáticos, não é possível garantir que o problema seja convexo, portanto, podem ocorrer pontos de mínimos locais. Uma forma de evitar este problema é pela utilização de uma técnica heurística de otimização.

O AG é capaz de localizar, de forma aproximada ou exata, uma configuração ótima global. Além disso, como as variáveis de projeto podem variar de forma discreta e contínua, simultaneamente, é necessária uma programação que leve em consideração esta característica.

A presente metodologia faz uso de uma programação via *software* Matlab para realizar a otimização dos NDVs. Esta otimização é feita através de uma rotina própria de AG, desenvolvida no GVIBS. Considerando o NDV de MGD especificamente, nas soluções propostas é necessária uma ferramenta para obtenção das matrizes de massa e de rigidez do NDV. Isto se dá através do software ANSYS, que considera os materiais para cada setor (camadas metálicas, viscoelástica e massa de sintonização, se for o caso) e fornece essas matrizes através dos comandos apresentados na FIGURA 27.

FIGURA 27 – COMANDOS ANSYS PARA OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE MASSA E DE RIGIDEZ DO NDV DE MGD.

```
! "C:\Program Files\ANSYS Inc\v171\ansys\bin\winx64\MAPDL.exe" -b -i ProgramaMEFparaANSYS.txt -o saida.txt  
fid=fopen('K','rt');X=fread(fid);fclose(fid);X=char(X.); Y=  
strrep(X,'D','E');fid2=fopen('K','wt');fwrite(fid2,Y);fclose(fid2);  
fid=fopen('M','rt');X=fread(fid);fclose(fid);X=char(X.);Y=strrep(X,'D','E');  
fid2=fopen('M','wt');fwrite(fid2,Y);fclose(fid2);  
KHALF=RBread('K'); M=RBread('M'); save('KHALF.mat','KHALF'); save('M.mat','M');
```

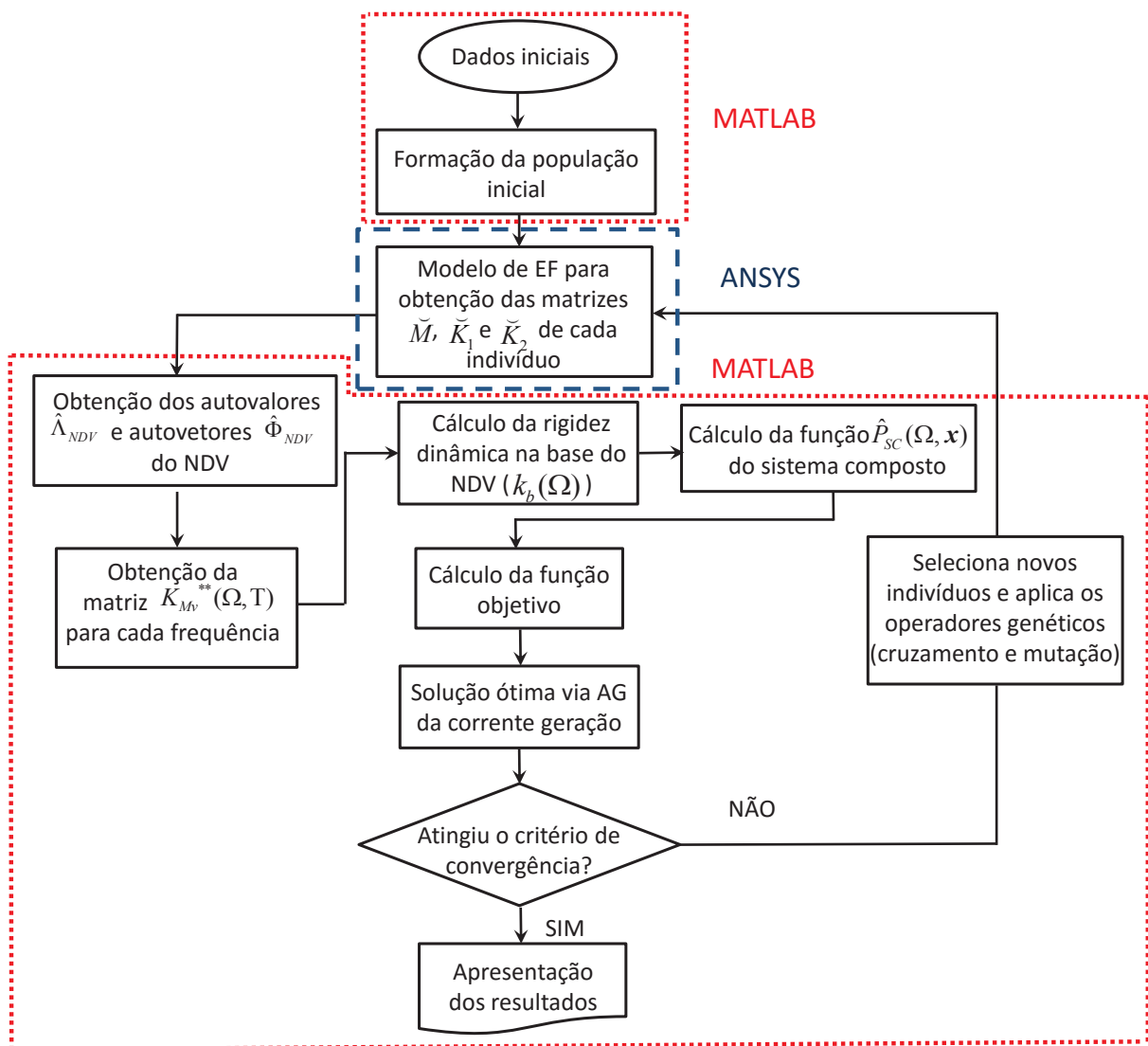
FONTE: O autor (2019)

A primeira linha da FIGURA 26 mostra um comando utilizado para abrir o ANSYS, considerando o arquivo de texto `ProgramaMEFparaANSYS.txt`. Este arquivo contém os parâmetros dos materiais, e as linhas de comando que geram as matrizes de massa e de rigidez por elementos finitos. Estas matrizes são salvas e armazenadas em arquivos com uma extensão do próprio ANSYS (veja Apêndice B). As demais linhas mostram o processo de extração dessas matrizes para o Matlab.

Subsequentemente, rotinas programadas no Matlab adicionam as propriedades do material viscoelástico em função da frequência ($K_{M_v}^{**}(\Omega, T)$) na matriz de rigidez global do NDV ($\tilde{K}(\Omega, T)$), conforme metodologia apresentada anteriormente, e, finalmente, minimizam a função objetivo (equação 108).

O algoritmo geral da estrutura computacional utilizado no presente trabalho é representado pela FIGURA 28.

FIGURA 28 – ALGORITMO GERAL DO PROBLEMA DE PROJETO ÓTIMO DE NDVS DE MGD.



FONTE: O autor (2019)

Os dados de entrada para o projeto ótimo dos NDVs são os seguintes:

- Parâmetros modais do sistema primário;
- Faixa de frequência de interesse;

- Modos a serem controlados;
- Número de NDVs;
- Temperatura de trabalho;
- Limites para as variáveis de projetos;
- Propriedades dos materiais viscoelásticos.

4.4 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DA METODOLOGIA DE PROJETO ÓTIMO DE NDV DE MGD

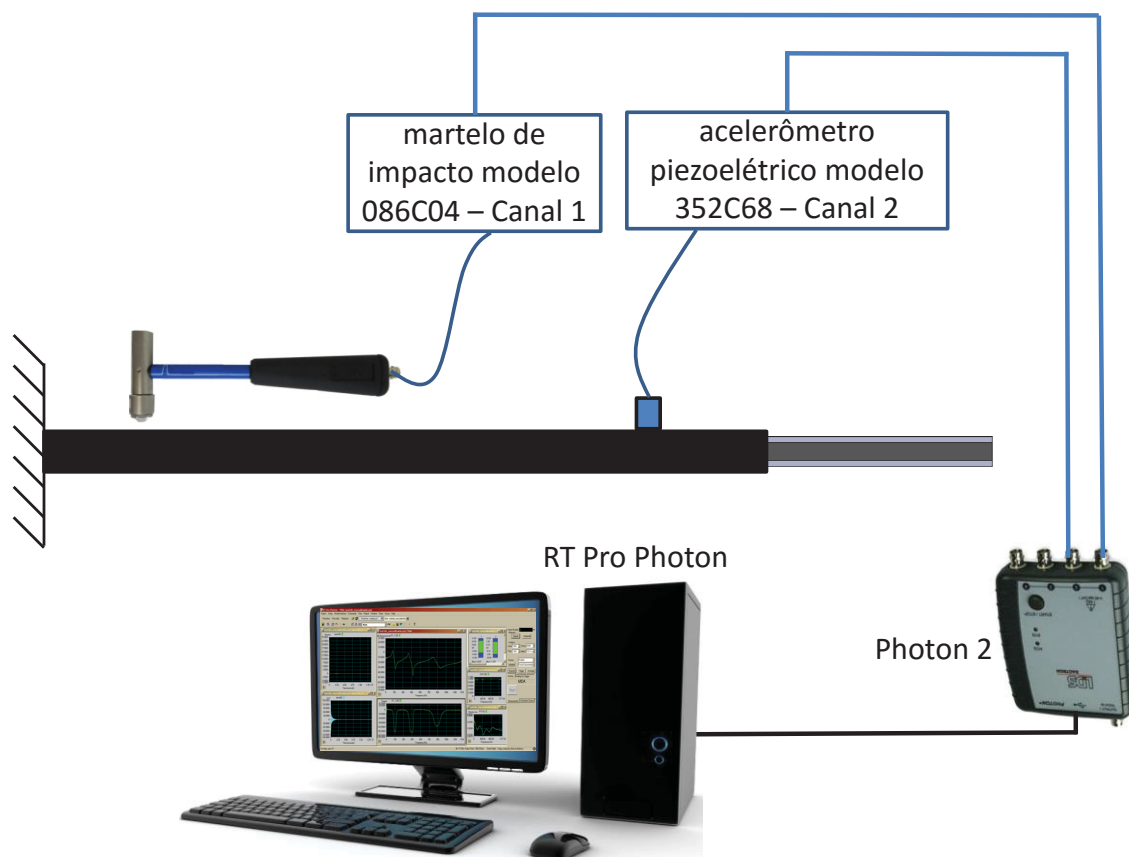
Para validar a presente metodologia de NDV de MGD, é considerado o resultado obtido através da modelagem numérica de uma viga livre-livre, com uma camada viscoelástica central e uma camada restritora (*constrained layer*). A massa dinâmica e a inércia na base desta viga foram obtidas numericamente e experimentalmente; e os resultados foram comparados para verificar se o modelo numérico condiz com o experimental.

O experimento foi realizado utilizando um acelerômetro piezoelétrico modelo 352C68 posicionado na base da viga. A excitação é realizada na base da viga através de um martelo de impacto modelo 086C04, ambos da empresa PCB PIEZOTRONICS®. Neste experimento, a faixa de frequência considerada no ensaio é de 0 a 1000 Hz, discretizada em 4096 pontos (linhas espectrais). A aquisição de dados é realizada no analisador Photon 2, produzido pela LDS DRACTION®, e o processamento de dados é realizado pelo *software* RT Pro Photon.

Posteriormente, para validar a metodologia de projeto ótimo de NDVs de MGD, considera-se o controle de 8 modos de uma viga engastada-livre. O NDV projetado é do tipo viga sanduíche sem massa de sintonização ou massa pontual. O projeto é realizado considerando a rigidez dinâmica obtida em um grau de translação da base do NDV. Além do projeto numérico fornecido pelo algoritmo, um ensaio experimental é realizado para comparar a inércia do modelo numérico com a do modelo experimental. O experimento foi realizado utilizando o mesmo sistema do caso anterior.

A FIGURA 29 mostra o esquema genérico de medição utilizado para validar a metodologia.

FIGURA 29 – ESQUEMA DE MEDIÇÃO EXPERIMENTAL.



FONTE: O autor (2019)

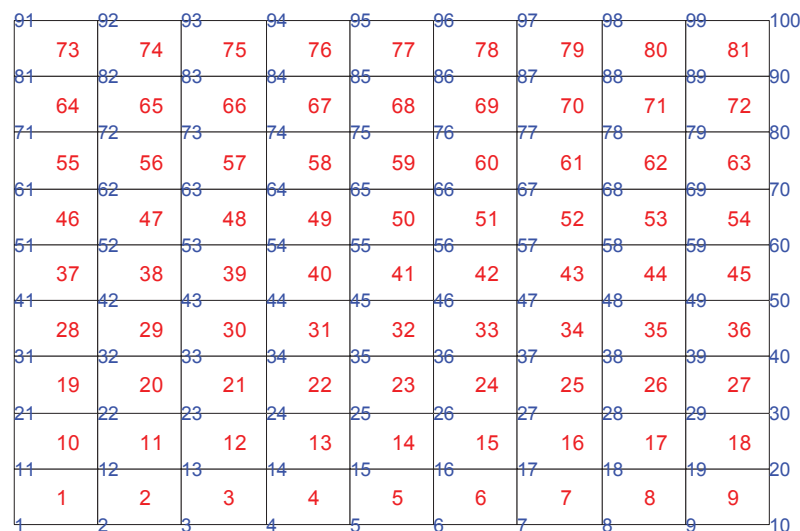
5 RESULTADOS

Este capítulo dedica-se à apresentação e discussão dos resultados obtidos através do projeto ótimo de NDVs de 1 GDL (simples) aplicados ao controle de uma placa de aço apoiada em suas quatro extremidades e de NDVs de MGD L para o controle de vibração de uma viga de aço engastada livre. Por fim, o projeto ótimo de um NDV simples é comparado com o NDV de MGD L para o controle da viga engastada-livre.

5.1 PROJETO ÓTIMO DE NDVS DE 1 GDL

A metodologia de projeto ótimo de NDVs de 1 GDL (simples) apresentada na seção 4.1 é aplicada no controle de uma placa de aço 1020, apoiada em seus quatro cantos, com $E = 207 \text{ GPa}$, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ e $\nu = 0,3$. As dimensões da placa são $0,4 \times 0,6 \times 0,005 \text{ (m)}$. Os parâmetros modais da placa (modos de vibrar e frequências naturais) foram obtidos através de uma solução via elementos finitos programado no Matlab, utilizando o elemento de placa retangular de quatro nós (modelo de Reissner Mindlin Q4) com três graus de liberdade por nó, sendo um de translação e dois de rotação. A razão de amortecimento modal é considerada, sem perda de generalidade, igual a $\xi_j = 0,001$, com $j = 1$ a \hat{n} . A placa foi discretizada em 81 elementos, com um total de 100 nós como mostra a FIGURA 30. As nove primeiras frequências naturais dessa placa podem ser observadas na TABELA 3.

FIGURA 30 – MALHA (DISCRETIZAÇÃO POR MEF) DA PLACA METÁLICA.



FONTE: O autor (2019)

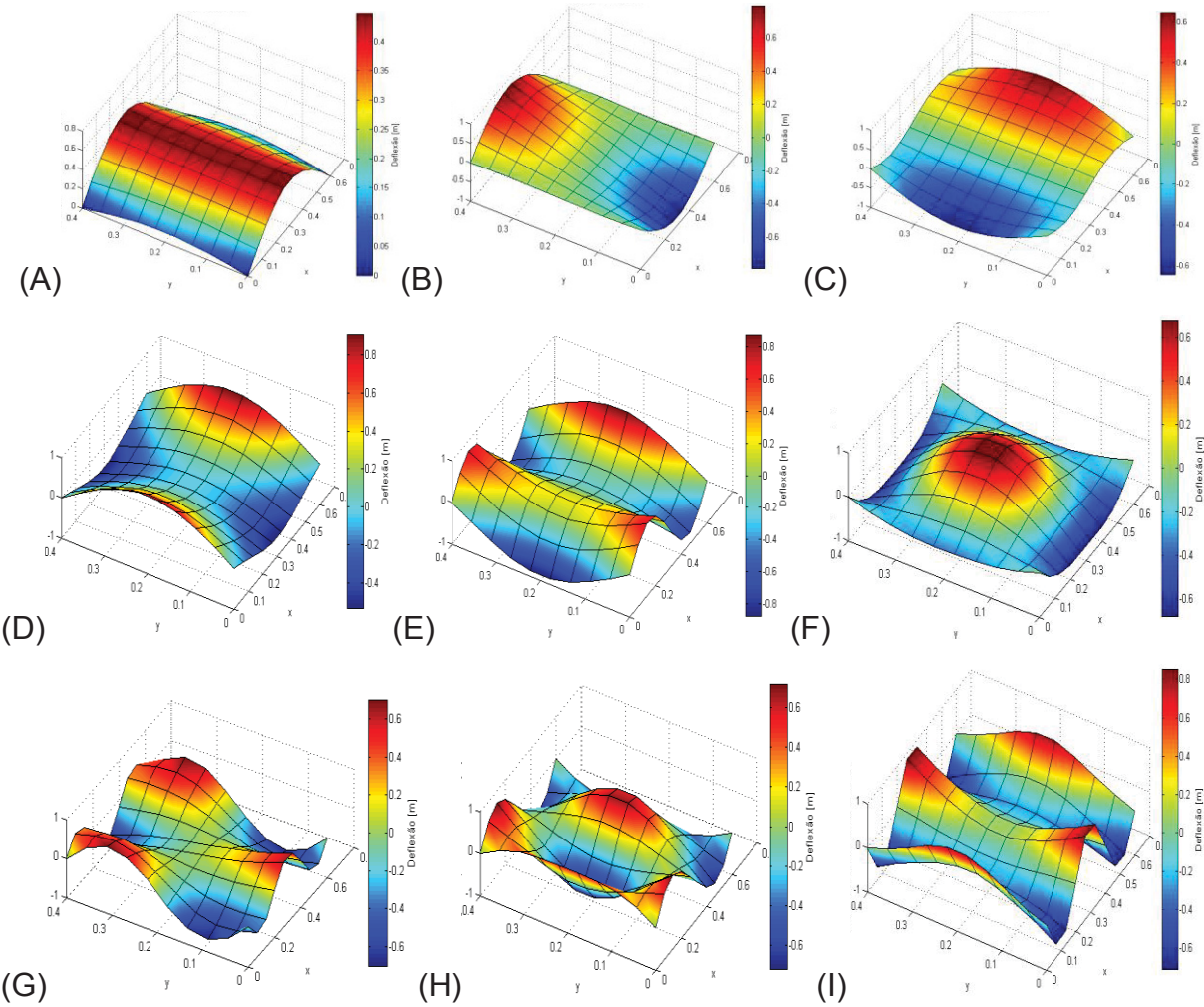
TABELA 3 – FREQUÊNCIAS NATURAIS DA PLACA METÁLICA APOIADA

Modos de vibrar	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frequência natural (Hz)	31,1	74	90,3	171,7	207,7	247,6	334,8	405,5	428,3

FONTE: O autor (2019)

Considerando o controle de vários modos de vibrar, o posicionamento ótimo dos NDVs sobre a estrutura é um fator relevante. Os nove primeiros modos de vibrar desta placa são apresentados na FIGURA 31.

FIGURA 31 – MODOS DE VIBRAR DA PLACA: (A) PRIMEIRO, (B) SEGUNDO, (C) TERCEIRO, (D) QUARTO, (E) QUINTO, (F) SEXTO, (G) SÉTIMO, (H) OITAVO E (I) NONO MODO.



FONTE: O autor (2019)

Neste projeto é considerado o controle em banda larga de frequências de 175 a 475 Hz, o que abrange do quinto ao nono modo de vibrar da placa, sob as temperaturas de 243, 273 e 303 K, considerando 1, 2 e 4 NDVs. Esta análise tem por objetivo mostrar a eficiência do algoritmo de projeto ótimo de NDV simples para o controle de sistemas de MGD. A resposta dinâmica dessa estrutura foi obtida considerando o ponto de excitação e resposta no nó 12.

As FIGURAS 32, 34 e 36 apresentam a inertância obtida numericamente do sistema primário e do sistema composto (com NDVs) para, respectivamente, 1, 2 e 4 NDVs. Já as FIGURAS 33, 35 e 37 mostram a localização (posicionamento ótimo) dos NDVs na placa, enquanto a TABELA 4 mostra os resultados obtidos em cada análise.

FIGURA 32 – INERTÂNCIA DA PLACA METÁLICA CONSIDERANDO 1 NDV SIMPLES.

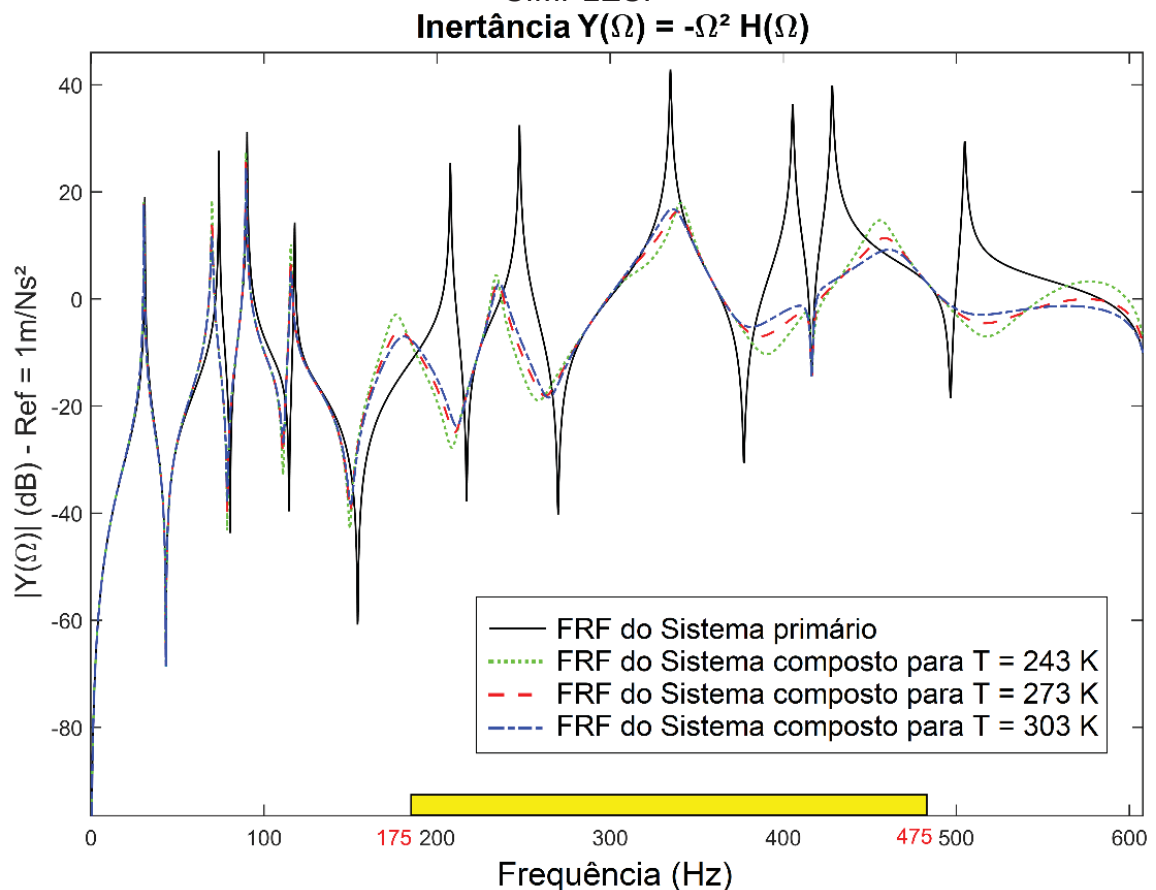


FIGURA 33 – POSIÇÃO ÓTIMA DO NDV PARA AS RESPECTIVAS TEMPERATURAS, CONSIDERANDO 1 NDV SIMPLES.

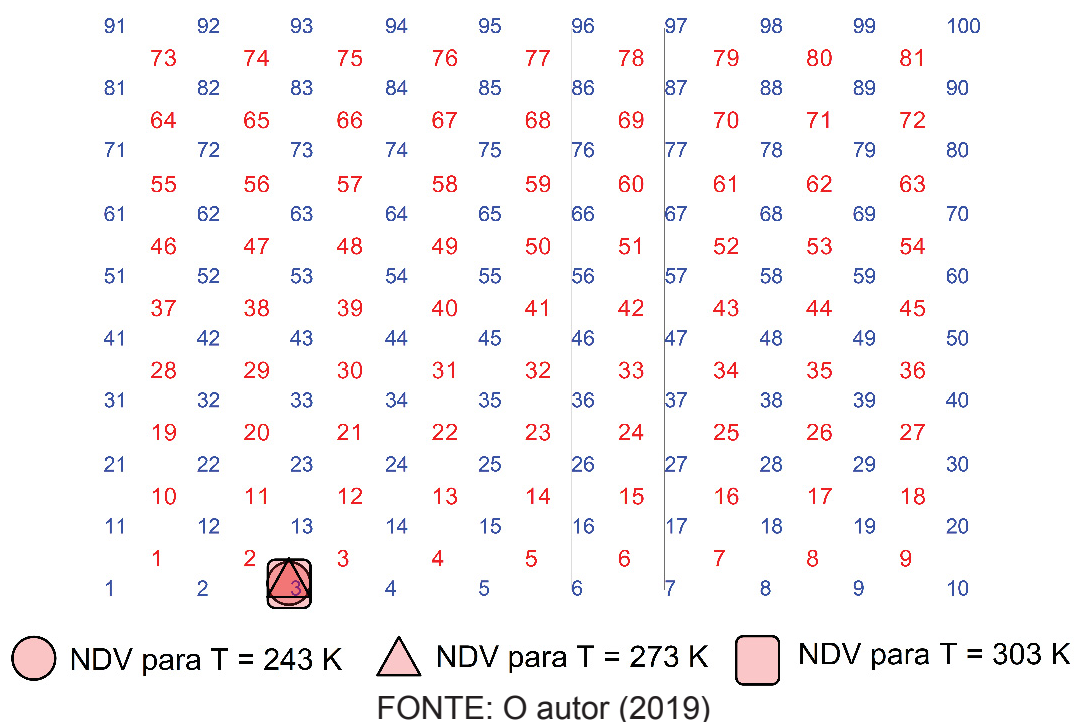


FIGURA 34 – INERTÂNCIA DA PLACA METÁLICA CONSIDERANDO 2 NDVS SIMPLES.

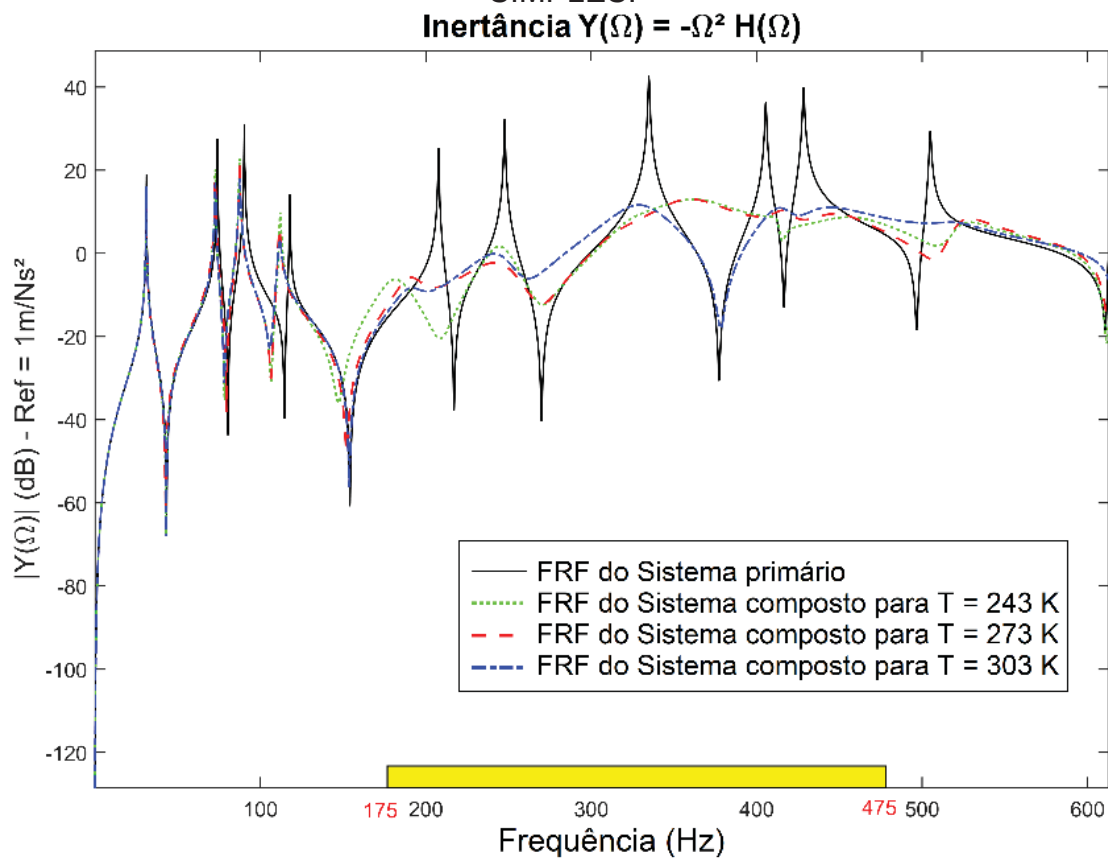


FIGURA 35 – POSIÇÃO ÓTIMA DO NDV PARA AS RESPECTIVAS TEMPERATURAS, CONSIDERANDO 2 NDVS SIMPLES.

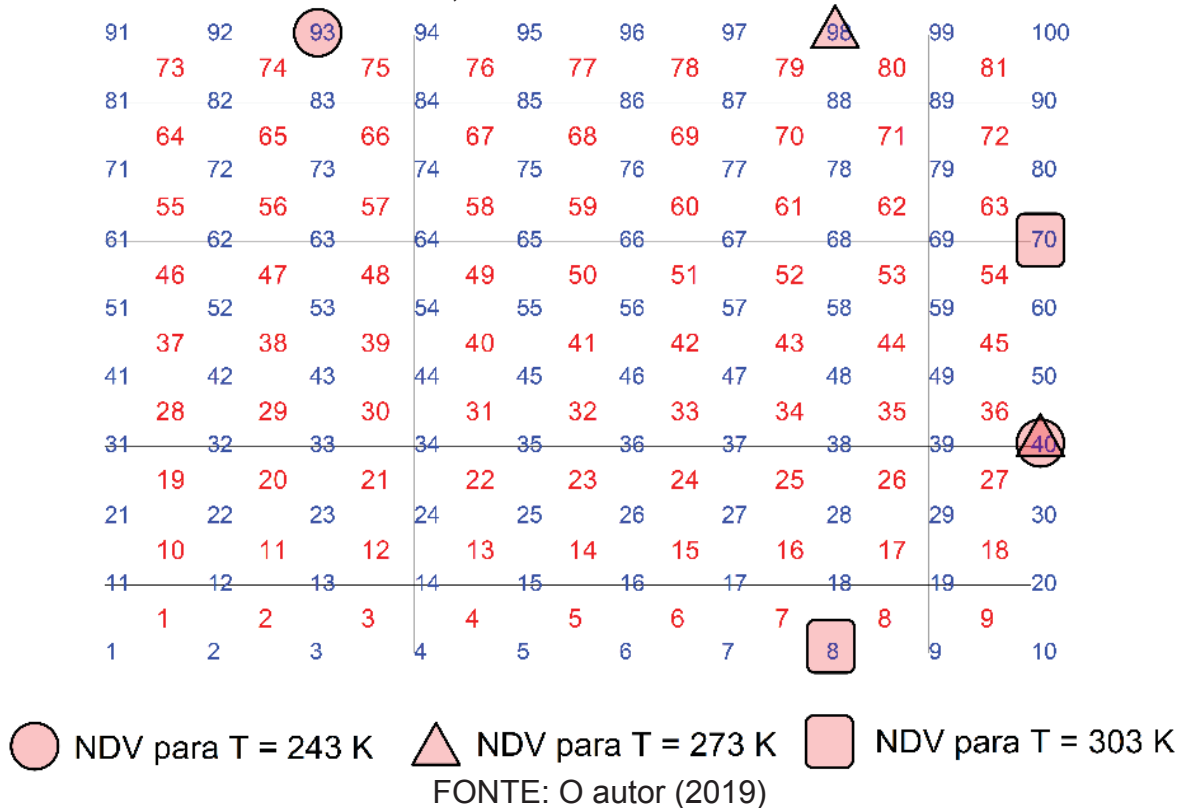


FIGURA 36 – INERTÂNCIA DA PLACA METÁLICA CONSIDERANDO 4 NDVS SIMPLES.

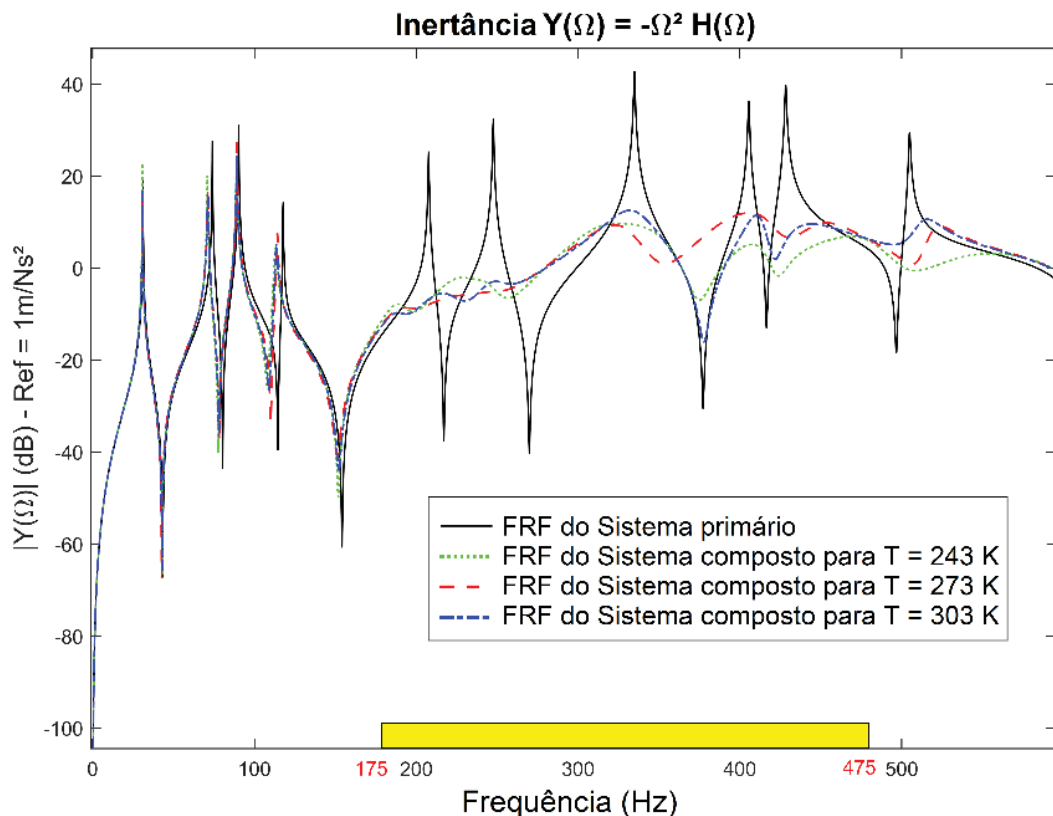
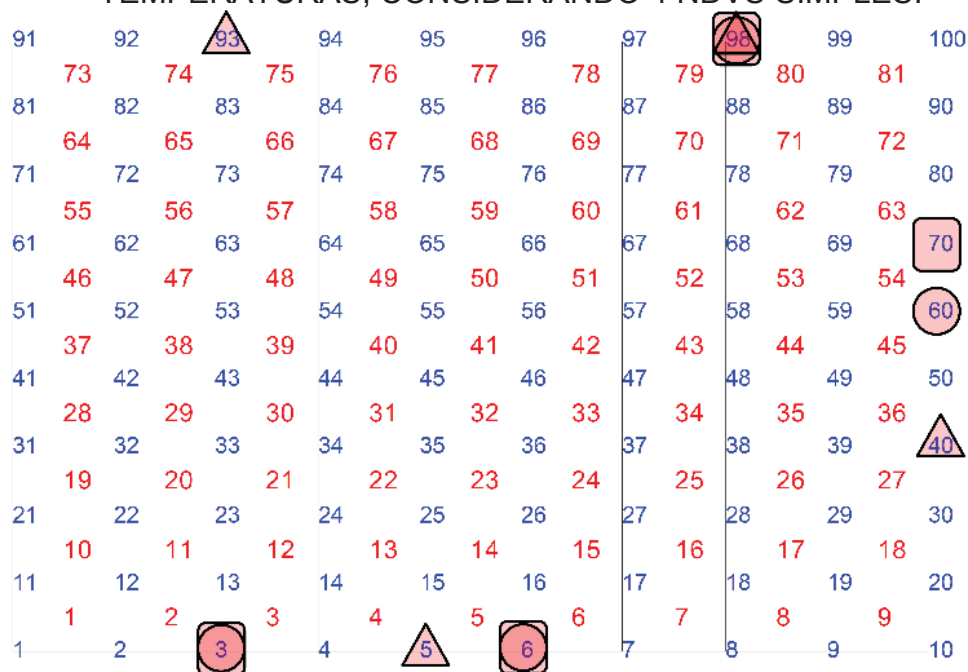


FIGURA 37 – POSIÇÃO ÓTIMA DO NDV PARA AS RESPECTIVAS TEMPERATURAS, CONSIDERANDO 4 NDVS SIMPLES.



○ NDV para T = 243 K △ NDV para T = 273 K □ NDV para T = 303 K

FONTE: O autor (2019)

TABELA 4 – DADOS DOS PROJETOS ÓTIMOS DOS NDVS SIMPLES PARA O CONTROLE DA PLACA METÁLICA.

Dados dos NDVs	1 NDV				2 NDVs				4 NDVs			
	f_a (Hz)	x	M_v	m_a (kg)	f_a (Hz)	x	M_v	m_a (kg)	f_a (Hz)	x	M_v	m_a (kg)
T = 243 K	264.64	3	Borracha natural	0.389	209.66	93	Borracha natural	0.116	218.13	98	Borracha butílica	0.048
									427.04	3	Borracha natural	0.060
					311.14	40	Borracha natural	0.143	309.97	6	Borracha natural	0.087
									189.19	60	Borracha natural	0.042
T = 273 K	248.01	3	Borracha natural	0.389	200.13	98	C1002	0.116	386.49	40	Borracha natural	0.066
									213.41	98	Neoprene	0.063
					279.02	40	Neoprene	0.143	298.08	5	Neoprene	0.070
									188.45	93	C1002	0.053
T = 303 K	221.31	3	C1002	0.389	199.63	8	Borracha butílica	0.116	179.27	3	C2003	0.053
									267.15	6	Borracha butílica	0.070
					265.83	70	C2003	0.143	300.96	70	Borracha butílica	0.057
									210.40	98	Neoprene	0.054

FONTE: O autor (2019)

Observação: $f_a = \Omega_a/2\pi$, sendo Ω_a a frequência natural do NDV simples, em rad/s.

Observa-se na TABELA 4, os resultados mostram que os materiais viscoelásticos mais adequados são aqueles que trabalham na região de transição, para uma temperatura de trabalho definida. Portanto, este tipo de controle necessita de elevados valores de amortecimento, e isto explica a busca por uma região de transição no processo de otimização. Estes resultados podem ser corroborados com os nomogramas dos materiais viscoelásticos apresentados na FIGURA 11.

Como os resultados mostram, independentemente do número de NDVs, as posições dos neutralizadores são consistentes, mesmo quando há muitos modos a serem controlados. Isto se deve ao processo de otimização das posições dos NDVs, implementado no algoritmo.

Para um único NDV, a melhor posição encontrada, para as três temperaturas, é aquela do nó 3, como observado na FIGURA 33. Para o controle desta placa, o algoritmo pode encontrar posições simétricas, como os nós 8, 93 e 98.

Considerando 2 NDVs, o algoritmo encontrou as posições nos nós 8, 93 e 98 e aos nós 40 e 70, como visto na FIGURA 35. Novamente, o algoritmo pode encontrar as posições simétricas para estes nós, como o nó 3 para um dos NDVs, e as posições dos nós 31 e 61 para o outro NDV.

Considerando o controle com 4 NDVs, o algoritmo manteve as posições encontradas no controle com 2 NDVs e considerou também as posições 5, 6 e 60, como se vê na FIGURA 37. Aqui, pode-se observar que a posição 60 foi encontrada para a temperatura de 243 K, entretanto esta posição, e suas simétricas, não foram encontradas para as demais temperaturas, o que sugere uma posição ótima local. O algoritmo pode encontrar as posições simétricas para os nós 5 e 6, ou seja, a solução permite a inserção de um dos NDVs no nó 95 ou no nó 96.

Observou-se que, para um único NDV, a massa do dispositivo é de 0,389 kg. Já para 2 NDVs, a massa total é de 0,259 kg. Considerando 4 NDVs, a massa total é de 0,237 kg para a temperatura de 243 K, 0,252 kg para 273 K e 0,234 kg para 303 K. Portanto, os resultados mostram que, para o controle de muitos modos, quando o número de NDVs aumenta de um para dois NDVs, a massa total diminui para um valor próximo à 33%. Em contrapartida, quando o número de NDVs aumenta de 2 NDVs para 4 NDVs, a massa total é reduzida em até aproximadamente 10%. Além disso, as FIGURAS 32, 34 e 36 mostram que, com o aumento do número de NDVs, há uma

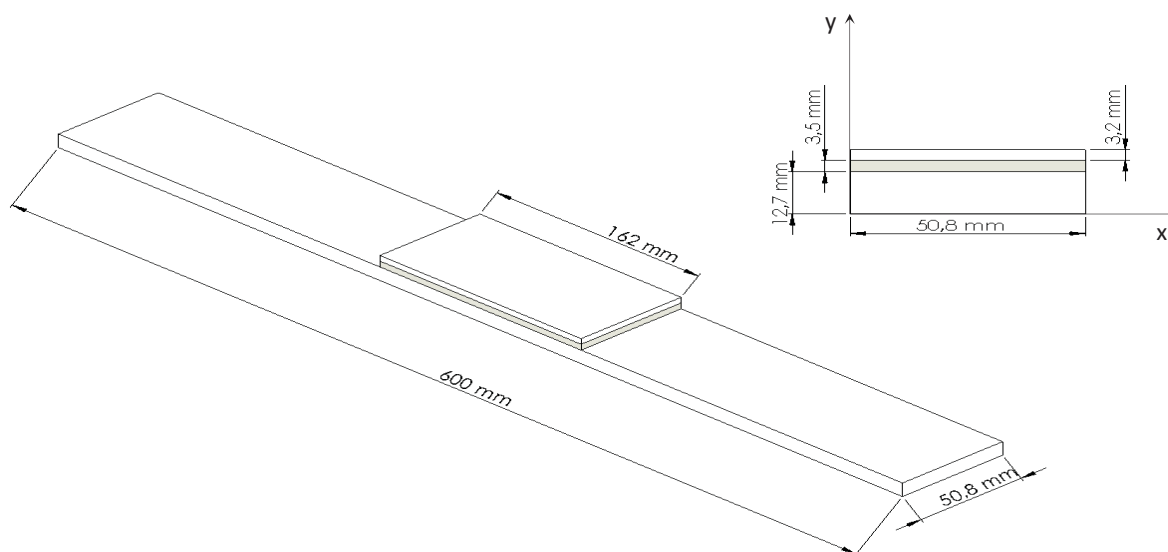
melhor distribuição das massas no sistema primário, produzindo um controle ligeiramente mais efetivo.

5.2 VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA DE NDV DE MGD

5.2.1 Validação da metodologia através de uma análise numérica e experimental de uma viga de alumínio livre-livre com *constrained layer*

Afim de validar a metodologia proposta para obtenção da rigidez dinâmica (ou impedância mecânica ou massa dinâmica) na base do neutralizador MGD, considerando um sistema composto por material metálico (elástico) e material viscoelástico, apresenta-se um modelo de uma viga de alumínio com uma camada de EAR C1002 (cujas propriedades dinâmicas estão na TABELA 1) e uma camada restritora. Essa viga é ilustrada na FIGURA 38.

FIGURA 38 - DIMENSÕES DA VIGA DE ALUMÍNIO COMPOSTA (*CONSTRAINED LAYER*).

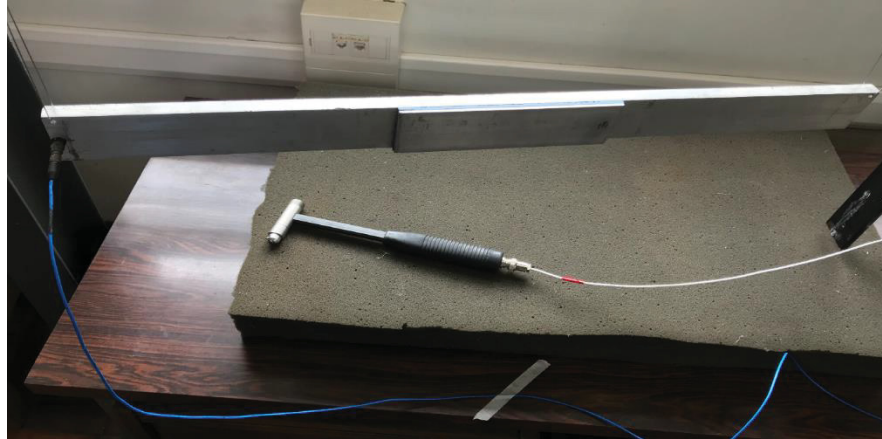


FONTE: O autor (2019)

A parte metálica da viga é de alumínio e possui $E = 69 \text{ GPa}$, $\nu = 0,33$ e $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$. Já para a parte viscoelástica, considera-se $\nu = 0,499$ e $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$. O modelo numérico de elementos finitos foi construído considerando o elemento sólido hexaédrico (SOLID 186) apresentado na FIGURA 8, com 30 elementos ao longo do comprimento de 600 mm, 5 elementos ao longo da largura de 50,8 mm e foram considerados 3 elementos para cada “camada” na espessura.

O experimento foi realizado utilizando um acelerômetro piezoelétrico modelo 352C68 posicionado na base da viga, ou seja, na posição (25,4; 12,7; 3,0). Isso é mostrado na FIGURA 39.

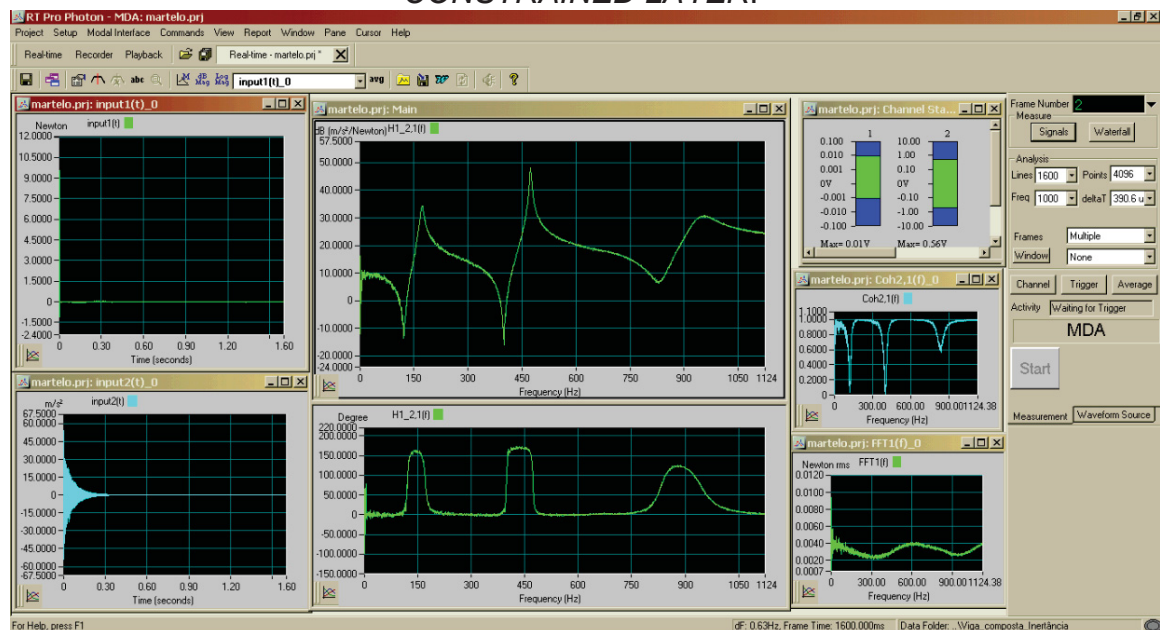
FIGURA 39 – EXPERIMENTO NA VIGA DE ALUMÍNIO LIVRE-LIVRE COM *CONSTRAINED LAYER*.



FONTE: O autor (2019)

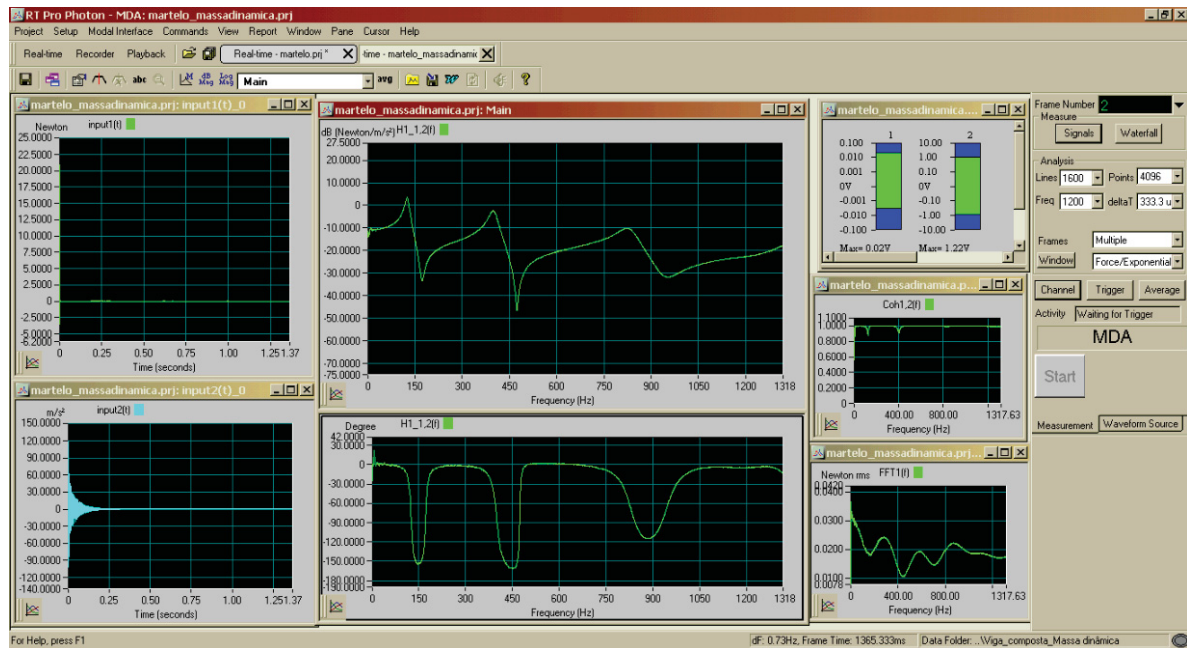
As respostas dinâmicas da inércia e da massa dinâmica dessa viga com *constrained layer* são apresentadas na FIGURA 40 e na FIGURA 41, respectivamente. As inércias experimental e numérica consideradas na base da viga (posição do acelerômetro) são apresentadas na FIGURA 42a, enquanto as massas dinâmicas são apresentadas na FIGURA 42b.

FIGURA 40 – INERTÂNCIA MEDIDA NA BASE DA VIGA DE ALUMÍNIO COM *CONSTRAINED LAYER*.



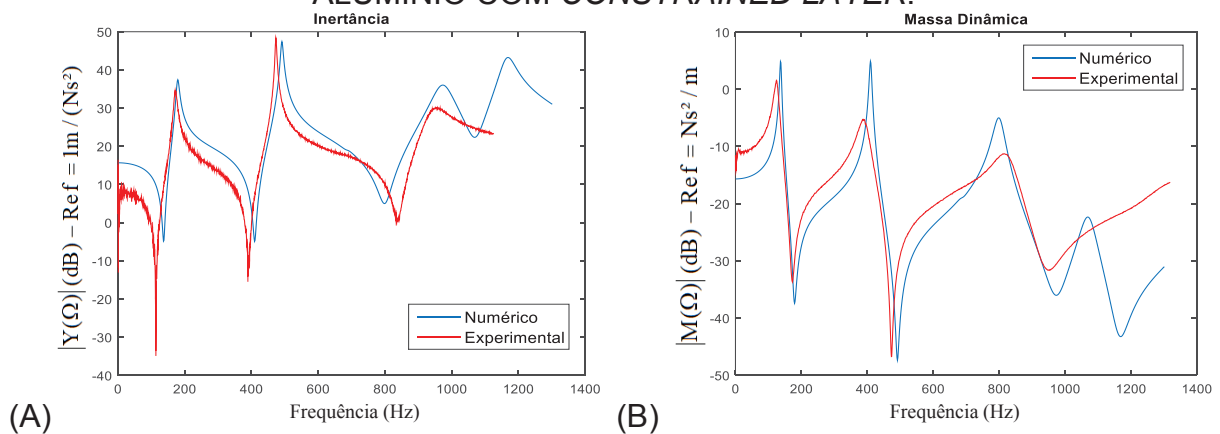
FONTE: O autor (2019)

FIGURA 41 – MASSA DINÂMICA MEDIDA NA BASE DA VIGA DE ALUMÍNIO COM *CONSTRAINED LAYER*.



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 42 – COMPARAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL PARA (A) INERTÂNCIA E (B) MASSA DINÂMICA MEDIDAS NA BASE DA VIGA DE ALUMÍNIO COM *CONSTRAINED LAYER*.



FONTE: O autor (2019)

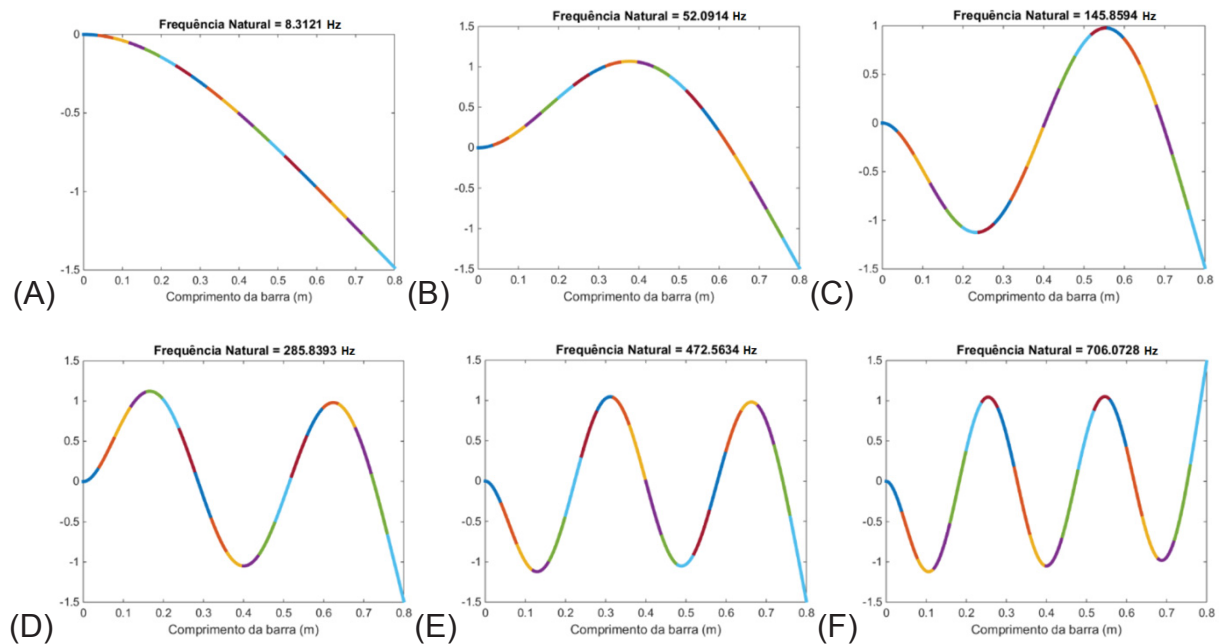
Os resultados apresentados mostram que a metodologia proposta é capaz de representar o modelo físico satisfatoriamente. Nota-se que, para a inertância, há pouca diferença entre o modelo numérico e o experimental. Já para a massa dinâmica percebe-se que o resultado experimental possui um amortecimento maior que o modelo numérico.

5.2.2 Validação da metodologia através de uma análise numérica e experimental do projeto ótimo de um NDV de MGDL para o controle de uma viga de aço engastada-livre

Com o intuito de validar a presente metodologia considerando o projeto ótimo de um NDV com MGDL, apresenta-se o resultado para o controle de vibração de uma viga de aço engastada livre. Tanto a viga a ser controlada (sistema primário) como o neutralizador são feitos de aço 1020. As dimensões da estrutura primária podem ser vistas na FIGURA 11 e suas propriedades já foram apresentadas na TABELA 1.

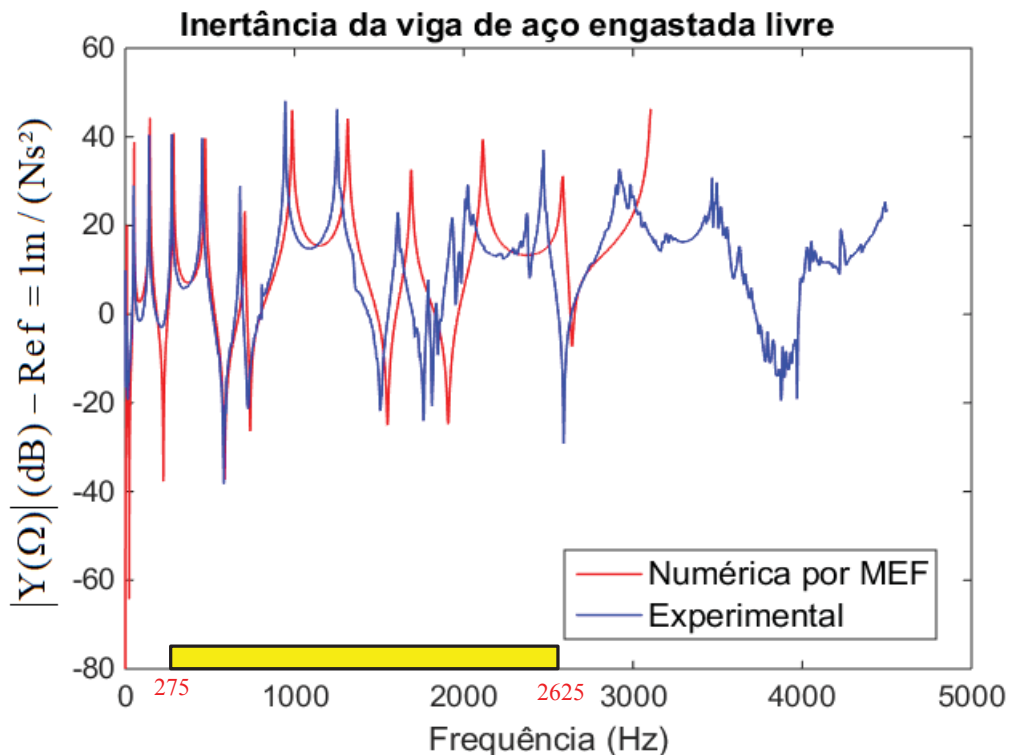
Os parâmetros modais da viga (modos de vibrar e as frequências naturais) foram obtidos através da solução por elementos finitos, implementado no Matlab, considerando o elemento de viga de 2 GDLs por nó (translação e rotação) e realizou-se a discretização em 20 elementos. As razões de amortecimento modal foram estimadas, comparando o modelo numérico (inertância) com o modelo experimental, resultando em $\xi_j = 0,0045$, com $j = 1, \dots, \hat{n}$. Os 11 primeiros modos de vibrar da viga são representados na FIGURA 43.

FIGURA 43 – MODOS DE VIBRAR DA VIGA: (A) PRIMEIRO, (B) SEGUNDO, (C) TERCEIRO, (D) QUARTO, (E) QUINTO, (F) SEXTO, (G) SÉTIMO, (H) OITAVO, (I) NONO, (J) DÉCIMO E (K) DÉCIMO PRIMEIRO MODO.



A FIGURA 45 mostra as inertâncias obtidas numericamente e experimentalmente. É possível verificar que ambas possuem um comportamento semelhante, sendo suas frequências naturais próximas. Entretanto, tanto a frequência natural como a amplitude de vibração tende a mudar à medida que se aumenta a frequência, mudança esta que se torna mais acentuada a partir do nono modo, como pode ser observado na figura em questão. Isto pode estar atrelado às condições de contorno, pois no modelo experimental a viga está presa a um suporte em que não se pode atribuir um engaste perfeito como no modelo numérico (vide FIGURA 49). Além disso, no modelo de elementos finitos, considerou-se um elemento relativamente simples que pode ocasionar erros numéricos.

FIGURA 45 – INERTÂNCIA NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA VIGA DE AÇO ENGASTADA-LIVRE.



FONTE: O autor (2019)

O projeto ótimo do NDV de MGDG foi concebido sem considerar a massa de sintonização na ponta e sem nenhuma massa concentrada, ou seja, considerando o modelo apresentado na FIGURA 22. Os parâmetros de entrada para o projeto ótimo do neutralizador, para controlar a vibração da viga engastada livre, são:

- Faixa de frequência de interesse = 245 a 2625 Hz;
- Modos a serem controlados = 4 ao 11;

- Número de NDVs = 1;
- Possíveis nós para o posicionamento dos NDVs = 2 ao 21;
- Limites das variáveis de projeto (restrições); e
- Temperatura de trabalho = 298 K (que corresponde a 25 °C).

As restrições impostas no problema de otimização são: $x^l = \{0,001; 0,01; 0,1; 2; 1\}$ e $x^u = \{0,005; 0,03; 0,25; 21; 25\}$, para, respectivamente, h_1 , b_1 , L_1 , \tilde{x} e M_v .

O número de indivíduos utilizados no processo de otimização por AG corresponde a 10 vezes o número de variáveis de projeto, que no caso são 5, e o número de gerações é igual a 3 vezes o número de variáveis de projeto. Estes valores são relativamente pequenos quando comparados aos utilizados em outras metodologias e em outros problemas de otimização. Entretanto, considerando que a obtenção das matrizes de massa e de rigidez via elementos finitos tomam um tempo considerável e que a rotina para inserção das propriedades dinâmicas da camada viscoelástica, bem como o processo de inversão numérica de matrizes são custosos computacionalmente, optou-se em estabelecer esta relação entre o tamanho da população e o número de gerações.

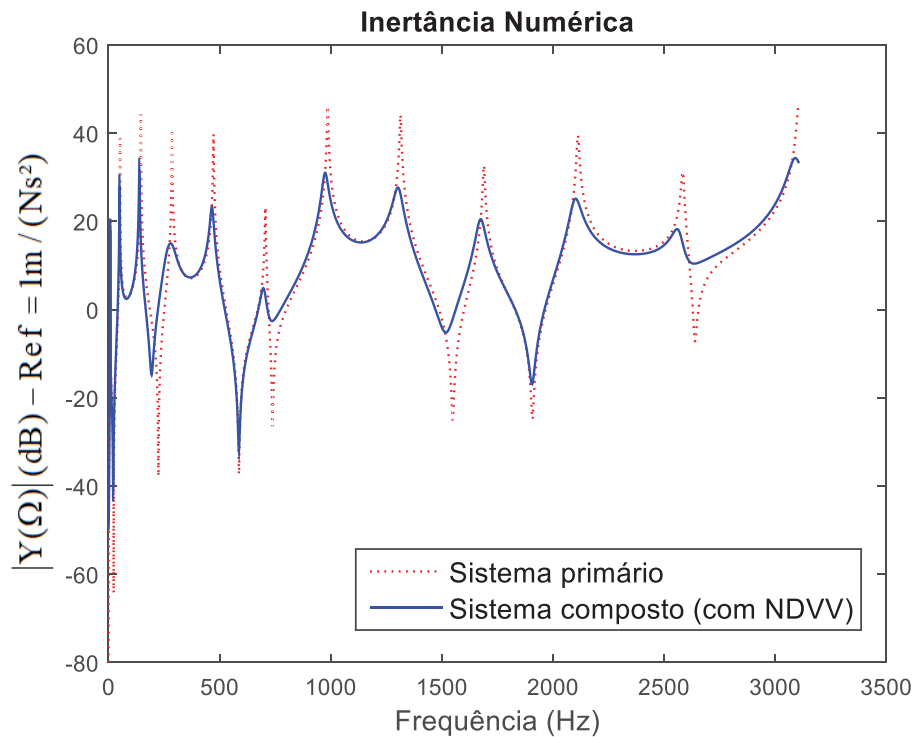
Evidentemente, quanto maior o tamanho da população, maior é o campo de soluções que o algoritmo pode buscar. Tem-se também que quanto maior o número de gerações, mais chances o algoritmo tem de encontrar um indivíduo ainda mais apto. Porém, números elevados destes dois parâmetros tornam inviável a utilização desta metodologia, considerando os recursos computacionais disponíveis.

Os seguintes resultados foram fornecidos pela metodologia proposta para o controle da viga de aço engastada-livre:

- Comprimento do NDV (viga sanduíche) (L_1) = 0,22176 m;
- Altura da camada metálica do NDV (h_1) = 0,0021922 m;
- Largura do NDV (b_1) = 0,028333 m;
- Altura da camada de material viscoelástico do NDV (h_2) = 0,003175 m;
- Massa do NDV (viga sanduíche) = 0,17839 kg;
- Posição do NDV no sistema primário (\tilde{x}) = 21 (último nó, ou seja, extremidade livre da viga); e
- Material viscoelástico (M_v) = EAR-C1002.

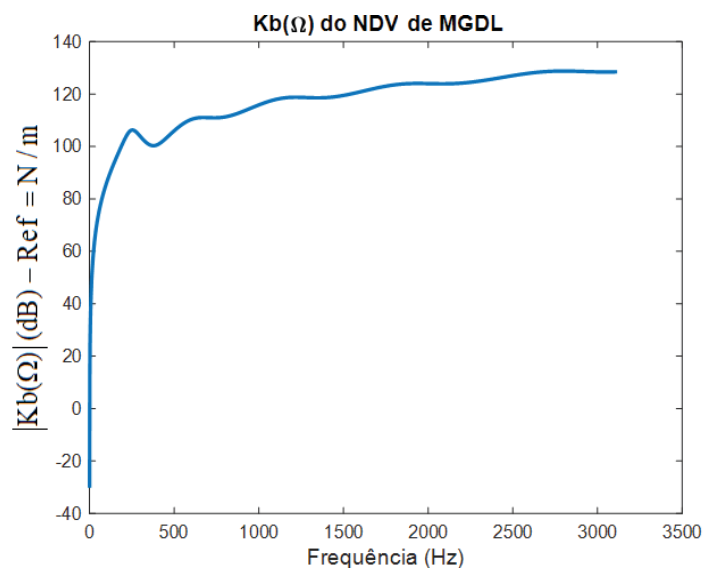
As 4 primeiras frequências naturais deste NDV de MGDL são: 469,23; 877,47; 1077,42 e 1506,29 (Hz). A FIGURA 46 mostra as inertâncias do sistema primário e do sistema composto, obtidas numericamente através da metodologia proposta, enquanto a FIGURA 47 mostra a rigidez dinâmica medida na base do NDV de MGDL, que também é um resultado numérico.

FIGURA 46 – INERTÂNCIA NUMÉRICA DO SISTEMA PRIMÁRIO E DO SISTEMA COMPOSTO CONSIDERANDO O PROJETO ÓTIMO DO NDV DE MGDL.



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 47 – RIGIDEZ DINÂMICA OBTIDA NA BASE DO NDV DE MGDL.



FONTE: O autor (2019)

O NDV de MGDL foi construído com as medidas apresentadas anteriormente, quais sejam as fornecidas pelo algoritmo. Uma das vigas metálica foi colada na camada viscoelástica através da própria cola que está na “manta” do material viscoelástico, enquanto a outra viga foi colada através de uma cola do tipo epóxi da marca Araldite. As propriedades dinâmicas dessa cola não foram consideradas no modelo. A fixação do NDV na viga metálica (sistema primário) foi realizada através de duas chapas metálicas, sendo presas na viga por um parafuso e no NDV por um rebite. A FIGURA 48 apresenta o NDV de MGDL construído e a FIGURA 49 mostra o NDV fixado no sistema primário.

FIGURA 48 – NDV DE MGDL PARA O CONTROLE DA VIGA ENGASTADA LIVRE.



FONTE: O autor (2019)

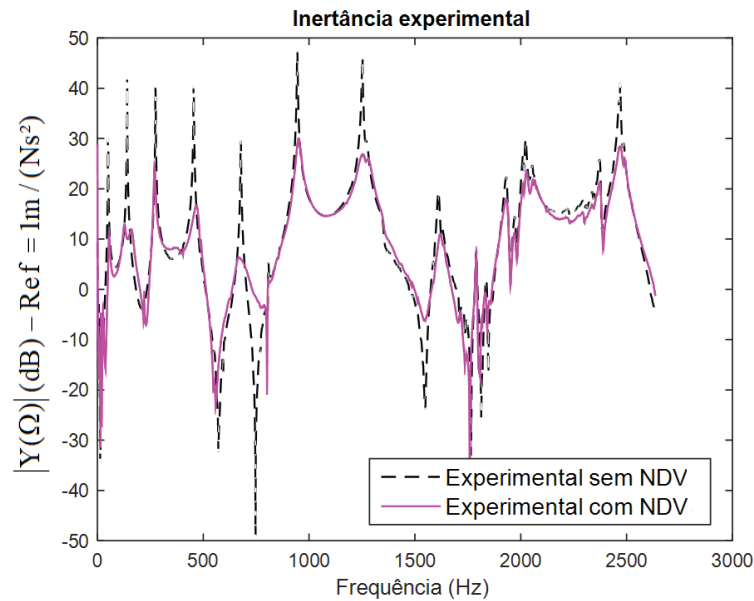
FIGURA 49 – NDV DE MGDL INSERIDO NO SISTEMA PRIMÁRIO.



FONTE: O autor (2019)

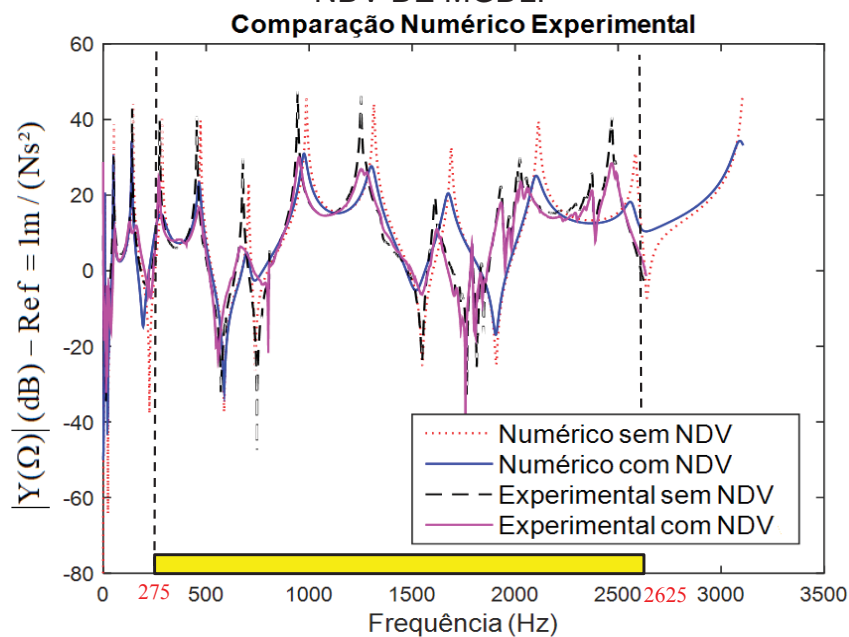
As inércias obtidas experimentalmente com e sem o NDV inserido na estrutura primária foram tomadas considerando os mesmos sensores e sistema de aquisição já apresentados. A FIGURA 50 apresenta os resultados experimentais da viga sem e com o NDV e a FIGURA 51 mostra os resultados numérico e experimental, simultaneamente.

FIGURA 50 – INERTÂNCIA EXPERIMENTAL PARA O CONTROLE DA VIGA COM E SEM NDV DE MGD.



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 51 – COMPARAÇÃO ENTRE O RESULTADO NUMÉRICO E O EXPERIMENTAL PARA O CONTROLE DA VIGA ENGASTADA-LIVRE COM E SEM NDV DE MGD.



FONTE: O autor (2019)

Na FIGURA 51, é possível observar que o modelo numérico representa bem o comportamento dinâmico da estrutura até o oitavo modo, faixa onde há muita similaridade. A partir do nono modo, há uma maior diferença tanto na frequência natural da viga quanto na amplitude de vibração. Isto foi discutido anteriormente e pode estar associado às condições de contorno e ao elemento finito utilizado no modelo numérico.

5.3 PROJETO ÓTIMO DE NDVs SIMPLES E DE MGD L PARA O CONTROLE DE VIBRAÇÃO DE UMA VIGA ENGASTADA-LIVRE

A partir da presente metodologia validada, é possível realizar projetos ótimos de NDVs para o controle de diversos tipos de estruturas. Neste sentido, apresenta-se o projeto ótimo de um NDV de MGD L para o controle da mesma viga engastada-livre abordada anteriormente, mas considerando agora os modelos com massa de sintonização e com massa pontual. Ao final deste capítulo, o projeto ótimo de um NDV simples é realizado e comparado com o NDV de MGD L, ambos aplicados no controle da viga de aço engastada-livre.

5.3.1 Projeto ótimo de um NDV de MGD L com massa de sintonização para o controle de uma viga engastada-livre

O modelo descrito no Capítulo 4 de NDV de MGD L com uma massa de sintonização modelada por elementos finitos via ANSYS, representado pela FIGURA 23, é aplicado ao controle da viga metálica considerada anteriormente. Os limites para as variáveis de projeto referente às dimensões e ao material viscoelástico são os mesmos utilizados na análise anterior da validação da metodologia. Entretanto, como se tem a variável de projeto relacionada à massa de sintonização, esta possui os seguintes limites: $ms^l = 0,005$ e $ms^u = 0,03$. Ou seja, o comprimento da massa de sintonização pode assumir valores de 5 mm a 30 mm. A temperatura de trabalho considerada no projeto é 25° C.

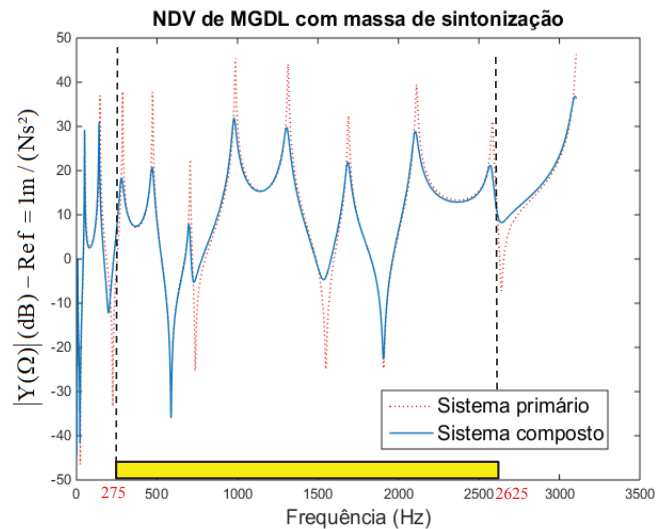
Os seguintes resultados foram fornecidos pela metodologia proposta, considerando o NDV de MGD L com uma massa de sintonização na extremidade livre, para o controle da viga de aço engastada-livre:

- Comprimento do NDV (viga sanduíche) (L_1) = 0,23412 m;
- Altura da camada metálica do NDV (h_1) = 0,001251 m;

- Largura do NDV (b_1) = 0,018047 m;
- Altura da camada de material viscoelástico do NDV (h_2) = 0,0127 m;
- Massa do NDV (viga sanduíche) = 0,15226 kg;
- Comprimento da massa de sintonização = 0,00902 m (equivalente a uma massa de sintonização de 0,030013 kg);
- Posição do NDV no sistema primário (\tilde{x}) = 21 (último nó da viga); e
- Material viscoelástico (M_v) = EAR-C1002.

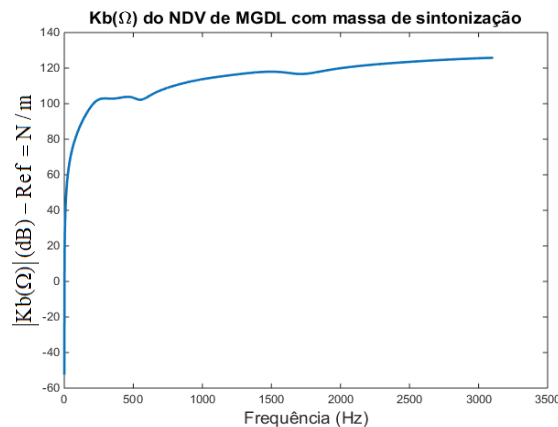
A FIGURA 52 apresenta o controle da estrutura em questão com este tipo de NDV de MGDL e a FIGURA 53 mostra a rigidez dinâmica obtida na base deste NDV com massa de sintonização, ambos os resultados são numéricos.

FIGURA 52 – CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE COM O MODELO DE NDV DE MGDL COM MASSA DE SINTONIZAÇÃO.



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 53 – RIGIDEZ DINÂMICA NA BASE DO NDV DE MGDL COM MASSA DE SINTONIZAÇÃO PARA O CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE.



FONTE: O autor (2019)

As 4 primeiras frequências naturais do NDV de MGDL com massa de sintonização são: 467,86; 583,58; 743,90 e 1013,84 (Hz).

Em relação ao NDV apresentado na validação, as massas de ambos modelos são próximas, sendo 182,27 g para o NDV com massa de sintonização e 178,39 g para o NDV sem massa de sintonização, correspondendo a massas de aproximadamente 10% da massa do sistema primário. As espessuras da camada viscoelástica são diferentes para ambos os modelos. O material viscoelástico e a posição do NDV escolhidos pelo algoritmo são os mesmos para ambos os modelos.

5.3.2 Projeto ótimo de um NDV com massa pontual (concentrada) para o controle de uma viga engastada-livre

O modelo descrito no Capítulo 4 de NDV de MGDL com uma massa pontual na extremidade livre do neutralizador, representado pela FIGURA 24, é aplicado ao controle da viga metálica considerada anteriormente. Os limites para as variáveis de projeto referentes às dimensões e ao material viscoelástico são os mesmos utilizados na análise da validação da metodologia. Entretanto, como se tem uma variável de projeto relacionada à massa pontual (concentrada), esta possui os seguintes limites: $ms^l = 0,01m_{sp}$ e $ms^u = 0,025m_{sp}$. Ou seja, a massa de sintonização pode assumir valores entre 1 a 2,5% da massa total do sistema primário. A temperatura de trabalho considerada no projeto é 25° C.

Os seguintes resultados foram fornecidos pela metodologia proposta, considerando o NDV de MGDL com uma massa pontual na extremidade livre do NDV, para o controle da viga de aço engastada-livre:

- Comprimento do NDV (viga sanduíche) (L_1) = 0, 22118 m;
- Altura da camada metálica do NDV (h_1) = 0, 0010314 m;
- Largura do NDV (b_1) = 0, 024047 m;
- Altura da camada de material viscoelástico do NDV (h_2) = 0, 00635 m;
- Massa do NDV (viga sanduíche) = 0, 12977 kg;
- Massa de sintonização = 0, 025858 kg;
- Posição do NDV no sistema primário (\tilde{x}) = 21 (último nó da viga); e
- Material viscoelástico (M_v) = EAR-C1002.

As 4 primeiras frequências naturais do NDV de MGDL com massa de sintonização são: 413,78; 679,76; 690,84 e 1025,30 (Hz). A FIGURA 54 apresenta o

controle da estrutura com este tipo de NDV de MGDL e a FIGURA 55 mostra a rigidez dinâmica obtida na base deste NDV com massa pontual, em que ambos os resultados são numéricos.

FIGURA 54 – CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE COM O MODELO DE NDV DE MGDL COM MASSA PONTUAL (CONCENTRADA).

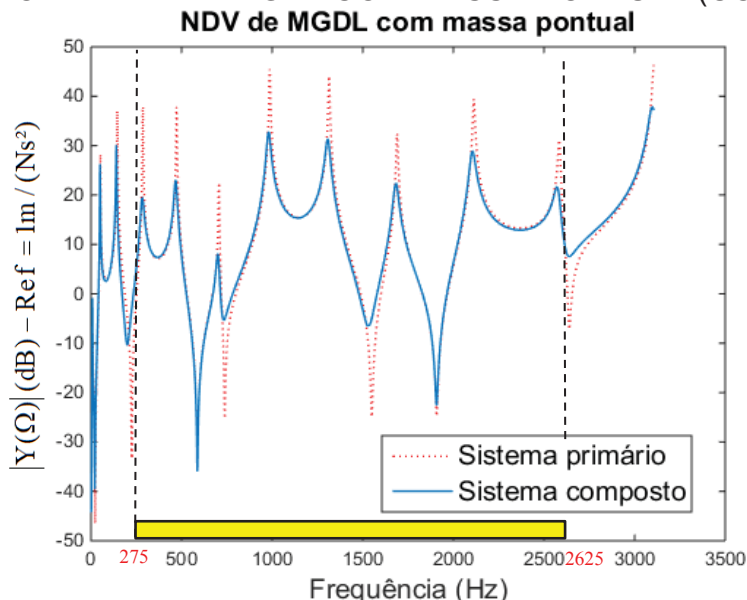
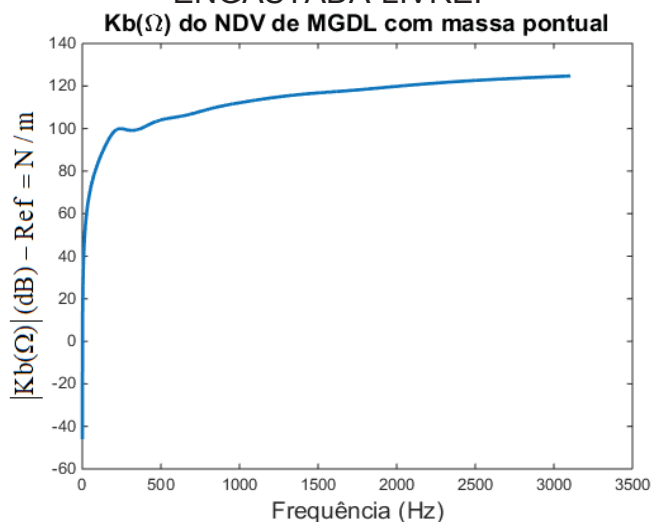


FIGURA 55 – RIGIDEZ DINÂMICA NA BASE DO NDV DE MGDL COM MASSA PONTUAL (CONCENTRADA) PARA O CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE.



Em relação aos NDVs apresentados, as massas totais de ambos os modelos são próximas, sendo 178,4 g para o NDV do tipo viga sanduíche, 182,27g para o NDV com massa de sintonização e 155,63 g para o NDV com massa pontual. As dimensões são semelhantes, porém as espessuras da camada viscoelástica são diferentes para

ambos os modelos. O material viscoelástico e a posição do NDV escolhidos pelo algoritmo são os mesmos para os três modelos.

5.3.3 Projeto ótimo de um NDV simples para o controle de uma viga engastada-livre

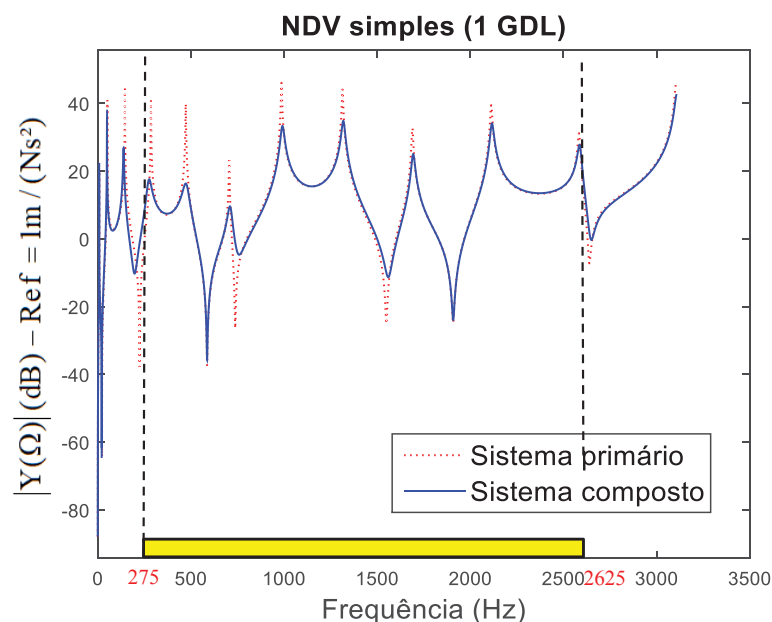
Com o intuito de comparar a presente metodologia de projeto ótimo de NDVs de MGDL com a metodologia de projeto ótimo de NDVs de 1 GDL, uma investigação foi realizada para o controle da viga engastada-livre abordada nas seções anteriores. Os parâmetros de entrada para o projeto ótimo do NDV de 1 GDL, para controlar a vibração da viga engastada livre, são os mesmos considerados na validação da metodologia. As restrições impostas no problema de otimização são: $x^l = \{123; 2; 1\}$ e $x^u = \{618; 21; 5\}$, sendo respectivamente, Ω_a , \tilde{x} e M_v .

Os seguintes resultados são fornecidos pela metodologia proposta, considerando o NDV simples, para o controle da viga de aço engastada-livre:

- Frequência natural do NDV = 218,14 Hz;
- Massa do NDV= 0,045149 kg;
- Posição do NDV no sistema primário (\tilde{x})= 21 (último nó da viga); e
- Material viscoelástico (M_v) = EAR-C1002.

A FIGURA 56 apresenta o controle dessa estrutura com o NDV simples obtido numericamente.

FIGURA 56 – CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE ATRAVÉS DO PROJETO ÓTIMO DE UM NDV SIMPLES.



FONTE: O autor (2019)

5.3.4 Comparação entre o projeto ótimo do NDV simples com os modelos de NDVs de MGDL para o controle de uma viga engastada-livre

Apresenta-se nesta seção, uma comparação entre os três modelos propostos de NDVs de MGDL e o modelo de NDV simples para o controle de uma viga engastada-livre. A FIGURA 57 apresenta as inertâncias da viga sem NDV, com os três modelos de NDV de MGDL e com um NDV simples. Já a FIGURA 58 apresenta um zoom nos modos 4, 5 e 6, a FIGURA 59 mostra um zoom dos modos 7, 8 e 9 e a FIGURA 60 mostra um zoom dos modos 10 e 11, para análise das diferenças no controle desses modos para cada modelo de NDV.

FIGURA 57 – COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE NDV DE MGDL E O MODELO DE NDV SIMPLES PARA O CONTROLE DA VIGA METÁLICA ENGASTADA-LIVRE.

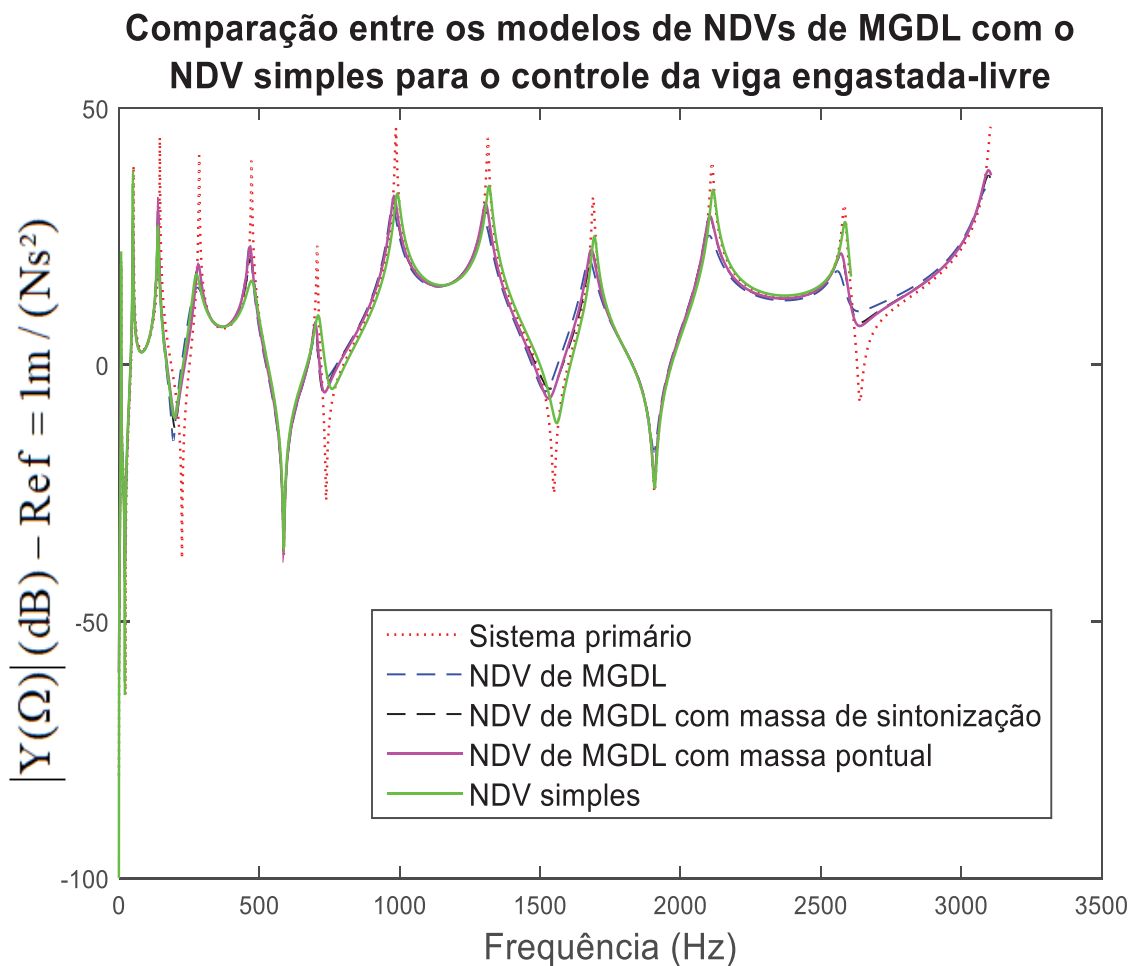
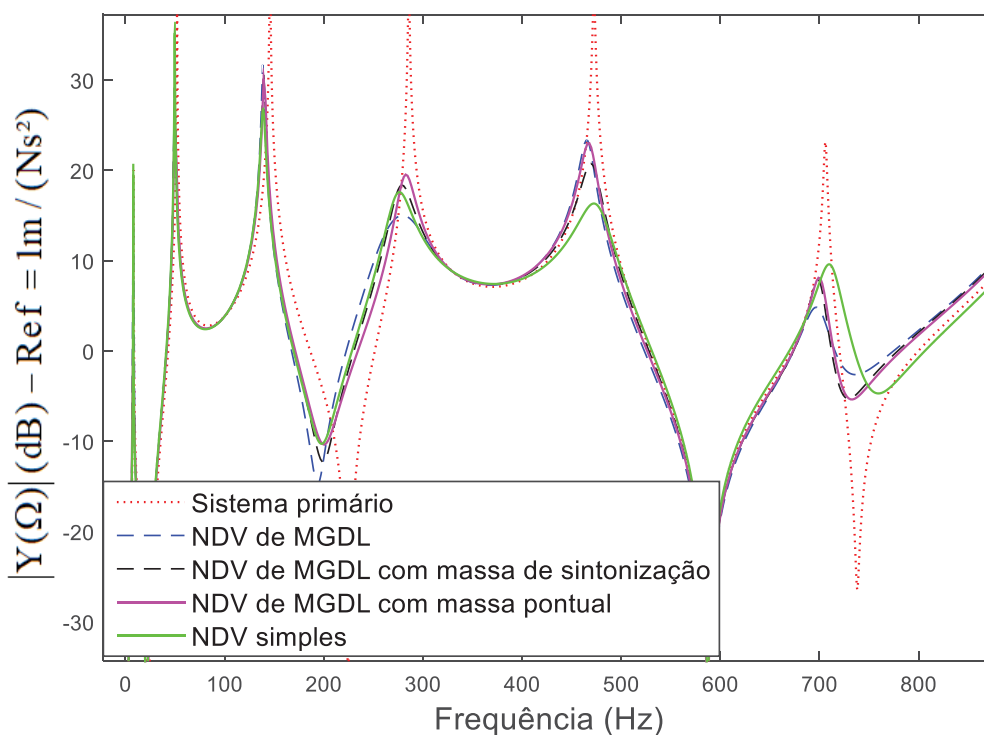
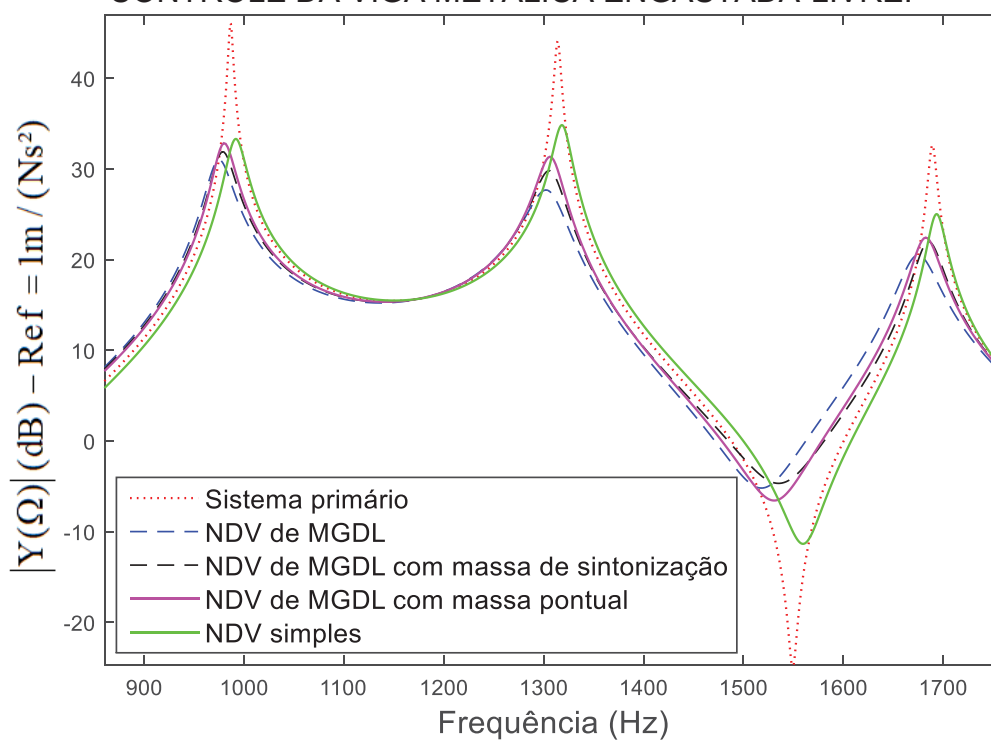


FIGURA 58 – ZOOM NOS MODOS 4 A 6 PARA COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE NDV DE MGD L E O MODELO DE NDV SIMPLES PARA O CONTROLE DA VIGA METÁLICA ENGASTADA-LIVRE.



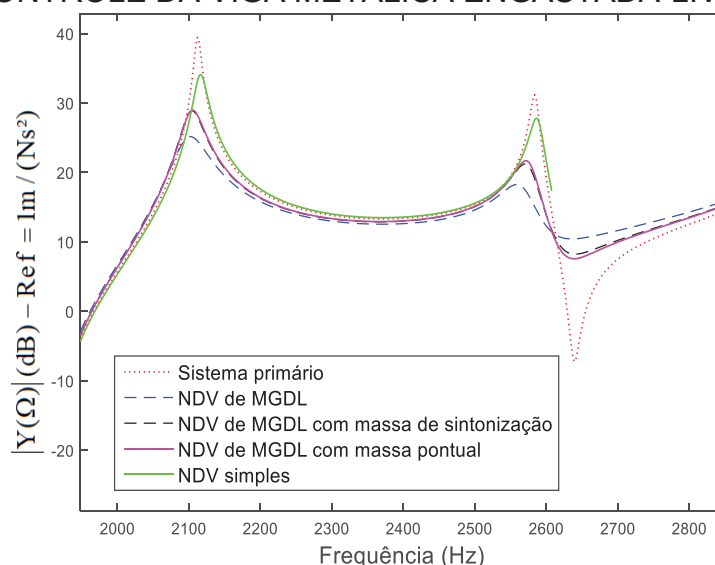
FONTE: O autor (2019)

FIGURA 59 – ZOOM NOS MODOS 7 a 9 PARA COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE NDV DE MGD L E O MODELO DE NDV SIMPLES PARA O CONTROLE DA VIGA METÁLICA ENGASTADA-LIVRE.



FONTE: O autor (2019)

FIGURA 60 – ZOOM NOS MODOS 10 e 11 PARA COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE NDV DE MGD L E O MODELO DE NDV SIMPLES PARA O CONTROLE DA VIGA METÁLICA ENGASTADA-LIVRE.



FONTE: O autor (2019)

As FIGURAS 58, 59 e 60 mostram que, de forma geral, os três modelos de NDV de MGD L e o modelo de NDV simples promovem um controle do quarto ao décimo primeiro modo da viga engastada-livre de forma muito semelhante. Somente com o zoom é possível perceber algumas diferenças entre os modelos. A TABELA 5 mostra os valores do módulo das inertâncias ($|Y(\Omega)|$ (dB) – Ref = $1m/(Ns^2)$) para cada modo controlado, em dB, dos sistemas compostos para cada modelo de NDV apresentado.

TABELA 5 – COMPARAÇÃO MODO A MODO ENTRE OS TIPOS DE NDVS PROPOSTOS INSERIDOS NO SISTEMA PRIMÁRIO

Modelos	4° $ Y(\Omega) $	5° $ Y(\Omega) $	6° $ Y(\Omega) $	7° $ Y(\Omega) $	8° $ Y(\Omega) $	9° $ Y(\Omega) $	10° $ Y(\Omega) $	11° $ Y(\Omega) $
MGDL	15,02	23,3	4,68	31,01	27,68	20,5	25,15	18,25
MGDL com massa de sintonização	18,29	20,68	7,96	31,89	29,81	21,96	28,89	21,21
MGDL com massa pontual	19,54	23,01	8,11	32,84	31,35	22,43	28,96	21,67
Simple	17,6	16,34	9,59	33,31	34,83	25,02	34,08	27,79
Maior variação entre o NDV de MGD L e NDV simples	2,58	6,96	4,91	2,3	7,15	4,52	8,93	9,54

FONTE – O Autor (2019)

A TABELA 5 mostra que, para o controle do quarto ao décimo primeiro modo da viga metálica engastada-livre, o NDV de MGDL sem massa de sintonização ou massa pontual apresentou maiores reduções para o 4° modo, e do 6° ao 11° modo. Ou seja, somente para o 5° modo é que o controle foi mais efetivo utilizando o NDV simples, com uma diferença de redução de 6,96 dB em relação ao NDV de MGDL. Para os demais modos, esta redução pode chegar até 9,54 dB, como ocorreu no 11° modo.

Dos quatro modelos apresentados, o NDV do tipo viga sanduíche é o que apresentou maiores reduções na vibração da viga analisada. Os NDVs de MGDL com massa de sintonização e com massa pontual apresentaram uma redução melhor que a promovida pelo NDV simples. A redução da vibração da viga metálica com o NDV do tipo viga sanduíche é entre 7 dB a 20 dB.

As massas dos NDVs de MGDL correspondem a aproximadamente quatro vezes a massa do NDV simples. Além disso, assumem valores próximos a 10% da massa do sistema primário.

A TABELA 6 apresenta os resultados do projeto dos três modelos de NDV de MGDL. Para os três modelos, a posição dos NDVs é na extremidade livre da viga controlada e o material viscoelástico é o C1002.

TABELA 6 – DADOS DOS PROJETOS ÓTIMOS DOS NDVS DE MGDL PARA O CONTROLE DO 4° AO 11° MODO DA VIGA ENGASTADA-LIVRE

Modelo de NDV	L_1 (m)	h_1 (m)	b_1 (m)	h_2 (m)	m_v (kg)	m_s (kg)
MGDL	0,22176	0,002192	0,028333	0,003175	0,17839	-
MGDL com massa de sintonização	0,23412	0,001251	0,018047	0,0127	0,15226	0,030013
MGDL com massa pontual	0,22118	0,0010314	0,024047	0,00635	0,12977	0,025858

FONTE – O Autor (2019)

Através da TABELA 6, é possível observar que os comprimentos dos três modelos são semelhantes, equivalentes a aproximadamente 220 mm. A altura da camada metálica (h_1) do primeiro modelo de NDV de MGDL (sem massa de sintonização ou pontual) apresenta uma espessura de aproximadamente o dobro em relação à altura dos demais modelos. Com relação à largura da base dos NDVs, para o NDV com massa de sintonização o algoritmo encontrou um valor relativamente

menor que a dos demais modelos. Observa-se que a espessura da camada viscoelástica fornecida pelo algoritmo também é diferente para os três modelos, sendo que para o NDV com massa de sintonização é necessária uma camada de 12,7 mm para resultar no controle apresentado.

As massas das “vigas sanduíches” dos NDVs são um pouco diferentes, mas é importante levar em consideração que o primeiro modelo não considera massa de sintonização ou massa pontual. Portanto, ele requer uma massa do NDV maior. Já para os demais NDVs, soma-se a massa da viga sanduíche com a massa de sintonização ou com a massa pontual, logo, as massas totais dos três NDVs são próximas, como já mencionado anteriormente.

6 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi apresentada uma metodologia de projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos de vibração, de um único grau de liberdade e de múltiplos graus de liberdade, com uma camada de material viscoelástico, aplicado ao controle de vibração, em banda larga de frequências, de estruturas complexas, considerando uma temperatura de trabalho fixa. O projeto ótimo é obtido através da minimização da função de coordenadas generalizadas do sistema composto (estrutura primária mais o neutralizador), mediante uma busca dos melhores parâmetros físicos (frequências dos NDVs simples ou dimensões físicas como comprimento, largura e outras para o NDVs de MGD), da melhor posição em que os neutralizadores devem ser inseridos na estrutura primária e o melhor material viscoelástico, tendo em vista que este último é dependente da frequência e da temperatura.

O processo de otimização é realizado através do algoritmo genético, considerando variáveis discretas e contínuas, simultaneamente, onde os parâmetros físicos variam continuamente e, a posição e o material viscoelástico variam discretamente. Quatro modelos de NDVs são apresentados. O primeiro modelo é um NDV de 1 GDL (simples) e os demais modelos são de NDVs de MGD, modelados como uma viga sanduíche, viga sanduíche com massa de sintonização e viga sanduíche com massa pontual na extremidade livre do NDV.

A metodologia de projeto ótimo de NDVs simples é aplicada no controle de uma placa de aço apoiada em seus quatro cantos (vértices), onde se deseja controlar do 5° ao 9° modo de vibrar. Os projetos ótimos consideram o controle com 1, 2 e 4 NDVs, para as temperaturas de 243 K, 273 K e 303K. Os resultados mostram que esta metodologia é efetiva no controle dos níveis de vibração em banda larga de frequências. A redução da inertância é de 31 a 37 dB, dependendo do número de NDVs e da temperatura ambiente.

Devido à elevada densidade modal, a posição dos NDVs sobre a estrutura é um aspecto muito relevante. Portanto, a metodologia de posicionamento dos NDVs é adequada e consistente para os casos avaliados. A metodologia para a determinação da massa de cada NDV (1 GDL) é promissora, promove um bom controle da vibração da estrutura primária e considera a densidade modal e a posição dos NDVs sobre a estrutura no cálculo da massa dos mesmos. Considerando o controle com 4 NDVs, a

massa total dos NDVs corresponde a 2,67% da massa do sistema primário. O fato de considerar a possibilidade de inserir um conjunto de NDVs, onde cada um pode assumir uma massa distinta, mostra que uma melhor distribuição das massas no sistema pode ser obtida, produzindo um controle mais eficiente.

A possibilidade de utilizar diferentes materiais viscoelásticos no projeto de um conjunto de NDVs (simples) permite um controle mais adequado em um sistema onde muitos modos estão presentes e, principalmente, diferentes temperaturas de trabalho devem ser consideradas. Além disso, o projeto ótimo desse tipo de dispositivo é de baixo custo computacional.

A presente metodologia faz uso do *software* Matlab através de rotinas que permitem otimizar os parâmetros dos NDVs, entretanto, nos modelos de NDVs de MGD L é necessário utilizar um *software* comercial para extrair as matrizes de massa e de rigidez do NDV. Isto é feito no *software* ANSYS. A inserção das características dinâmicas do material viscoelástico é feita no modelo através de uma metodologia própria, onde a resposta dinâmica do neutralizador de MGD L varia com a frequência devido ao material viscoelástico. Para representar o sistema composto, utiliza-se a metodologia de parâmetros equivalentes generalizados, onde uma matriz de rigidez equivalente, contendo a rigidez dinâmica medida na base do NDV de MGD L (no grau de liberdade, de translação, referente à variável de projeto da localização do NDV), é inserida na equação de movimento do sistema composto.

A fim de validar a presente metodologia, dois casos foram analisados. O primeiro visa validar a metodologia de obtenção da resposta dinâmica do neutralizador na base do mesmo. Para isto, uma análise numérica foi confrontada com uma análise experimental, mostrando que através da presente metodologia, que toma as matrizes de rigidez e de massa do NDV (ou sistema de interesse) via o método dos elementos finitos, através do *software* ANSYS, e emprega as propriedades dinâmicas do material viscoelástico variantes na frequência, é possível representar a resposta dinâmica de um sistema com camada viscoelástica. A segunda análise teve por objetivo projetar otimamente um NDV de MGD L do tipo viga sanduíche para o controle de uma viga de aço engastada-livre. Nessa análise, os dados do projeto ótimo obtido numericamente foram utilizados na construção do NDV. A inertância do modelo numérico foi comparada com a do modelo experimental, revelando uma semelhança muito grande

entre ambos. Isso permite concluir que esta metodologia é praticável fisicamente e conduz a resultados satisfatórios com o sistema real.

O controle da viga de aço também é realizado através dos NDVs de MGDL com massa de sintonização e com massa pontual. Além dos NDVs de MGDL, o projeto ótimo de um NDV simples também é realizado para o controle dessa viga. Os projetos ótimos dos quatro modelos são comparados e observa-se que os modelos de MGDL são ligeiramente melhores que o modelo de NDV simples, com diferenças de redução da inertância de até 9,54 dB. A redução da inertância da viga é entre 7 a 20 dB aproximadamente. Portanto, a utilização dos modelos de MGDL produz um neutralizador capaz de controlar a vibração de estruturas em banda larga de frequência, especialmente quando muitos modos estão presentes, considerando uma temperatura fixa de trabalho. É importante ressaltar que o tempo computacional da metodologia de projeto ótimo de NDVs de MGDL é muito superior quando comparada com a metodologia de projeto ótimo de NDVs simples.

6.1 PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS

Para os trabalhos futuros, sugerem-se outros projetos ótimos aplicados a outros tipos de estruturas, como placas e linhas de transmissão de energia elétrica, entre outras.

O tipo de NDV considerado neste trabalho é uma viga sanduíche de seção transversal retangular. Sugere-se a utilização de outras geometrias para o NDV de MGDL, como uma viga circular ou tubular. Considerar uma viga sanduíche dupla (com duas camadas viscoelásticas e três camadas metálicas) também é uma proposta a ser avaliada.

O acoplamento do NDV de MGDL na estrutura primária foi feito no grau de liberdade de translação. Portanto, sugere-se o acoplamento, também, do grau de liberdade quanto à rotação. Isto pode ser feito aplicando um momento unitário no grau de liberdade de rotação na base do NDV (mesmo nó em que se aplica a força unitária), e assim, a rigidez dinâmica na base do NDV poderá contemplar ambos “movimentos”, translação e rotação, tornando o modelo mais preciso.

Outra característica relevante no controle de vibração de estruturas é que a temperatura ambiente varia ao longo do dia. Portanto, considerar este fator no projeto

ótimo dos NDVs promoverá uma solução mais abrangente em termos de controle de vibração.

O tempo computacional também é algo que pode ser reduzido através da utilização de computadores mais eficientes, ou através da utilização de núcleos capazes de realizar várias operações intrínsecas à metodologia.

REFERÊNCIAS

- ABDULLAH, M. M.. **Optimal Placement of Output Feedback Controllers on Slender Civil Structures at Discrete Locations**, Engineering Structures, Elsevier Science Ltda, 2000.
- ALSUWAIYAN, A. S. e SHAW, S. W.. Performance and dynamic stability of general-path centrifugal pendulum vibration absorbers, **Journal of Sound and Vibration**, v. 252, n. 5, p.791-815, 2002.
- AGRAWALL, K. A. e YANG, J, N. Optimal Placement of Energy Dissipative Systems Using Combinatorial Optimization, **Proceedings of Structural Engineers World Congress**, San Francisco, CA, July, Paper T167-3, 1998.
- ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design**. 2. ed. Elsevier, San Diego, 2004.
- ASAMI, T.; NISHIHARA, O. e BAZ, A. M.. Analytical solutions to H^∞ and H_2 optimization of dynamics vibration absorbers attached to damped linear systems. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 124, p. 284–296, 2002.
- AYORINDE, E. O. e WARBURTON, G. B.. Minimizing Structural Vibrations with Absorbers, **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 8, p. 219-236, 1980.
- BAGLEY, T. L.. On the fractional order initial value problem and its engineering applications, **Proceeding of the International Conference on Fractional Calculus and Its Applications**, College of Engineering, Nihon University, Tokyo, p. 12-20, 1990.
- BAGLEY, R. L. e TORVIK, P. J.. A Theoretical Basis for the Application of Fractal Calculus to Viscoelasticity, **Journal of Reology**, v. 27, n. 3, p. 201-210, 1983.
- BAVASTRI, C. A., **Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por Neutralizadores Viscoelásticos**, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, 1997.
- BAVASTRI, C. A.; PRESENIK, F. A.; LOPES, E. M. O.; TEIXEIRA, P. H. e ESPINDOLA, J. J.. Optimum Design of Viscoelastic Dynamic Neutralizers for Overhead Transmission Lines: Distributed Excitation Model, **IEEE/PES Transmission & Distribution Conference & Exposition: LatinAmerica**, 2004.
- BEDA, T.; CHAVALIER, Y.. New Methods for Identifying Rheological Parameter for Fractional Derivative Modeling of Viscoelastic Behavior, **Mechanics of Time-Dependent Materials**, v. 8, p. 105-118, 2004.

BOLTZMANN, L.. Zuer Theorie der Elastischen Nachwirkungen. **Annalen der Physik und Chemie**, vol. 7, p. 430 – 432, 1876.

BONSEL, J. H.; FEY, R. H. B. e NIJMEIJER, H.. Application of a dynamic vibration absorber to a piecewise linear beam system. **Nonlinear Dynamics**, v. 37, n. 3, p. 227–243, 2004.

BRANDON, J. A.. **Strategies for Structural Dynamic Modification**, John Wiley & Sons, Cardiff, United Kingdom, 1990.

BRENNAN, M. J. e DAYOU, J.. Global control of vibration using a tunable vibration neutralizer, **Journal of Sound and Vibration**, v. 232, p. 585–600, 2000.

BRONKHORST, K. B; FEBBO, M.; LOPES, E. M. O. e BAVASTRI, C. A.. Experimental implementation of an optimum viscoelastic vibration absorber for cubic nonlinear systems. **Engineering Structures**, v. 163: p. 323-331, 2018.

CAPUTO, M. E. e MAINARDI, F.. Linear models of dissipation in anelastic solids, **Rivista del Nuovo Cimento**, v. 1, p. 161-198, 1971.

CARTMELL, M. e LAWSON, J.. Performance enhancement of an autoparametric vibration absorber by means of computer control, **Journal of Sound and Vibration**, v. 177, p. 173-195, 1994.

CHATTERJEE, S.. Optimal active absorber with internal state feedback for controlling resonant and transient vibration, **Journal of Sound and Vibration**, v. 329, p. 5397-5414, 2010.

CHEUNG, Y. L. e WONG, W. O.. H-infinity optimization of a variant design of the dynamic vibration absorber – revisited and new results, **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, n. 16, p. 3901–3912, 2011.

CHEUNG, Y. L. e WONG, W. O.. H1 and H2 optimizations of a dynamic vibration absorber for suppressing vibrations in plates, **Journal of Sound and Vibration**, v. 320, p. 29–42, 2009.

CHEUNG, Y. L. e WONG, W. O.. H2 optimization of a non-traditional dynamic vibration absorber for vibration control of structures under random force excitation, **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, p. 1039–1044, 2011.

CHEUNG, Y. L.; WONG, W. O. e CHENG, L.. Design optimization of a damped hybrid vibration absorber, **Journal of Sound and Vibration**, v. 331, p. 750–766, 2012.

CHEUNG, Y. L.; WONG, W. O. e CHENG, L.. Minimization of the mean square velocity response of dynamic structures using an active–passive dynamic vibration

absorber, **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 132, p. 197–207, 2012.

CHEUNG, Y. L.; WONG, W. O. e CHENG, L.. A subsystem approach for analysis of dynamic vibration absorbers suppressing broadband vibration, **Journal of Sound and Vibration**, v. 342, p. 75 –89, 2015.

CHOI, S. B. e HAN, Y. M.. Vibration control of electrorheological seat suspension with human-body model using sliding mode control, **Journal of Sound and Vibration**, v. 303, p. 391–404, 2007.

CHUN, S.; LEE, Y. e KIM, T.. H1 optimization of dynamic vibration absorber variant for vibration control of damped linear systems, **Journal of Sound and Vibration**, v. 335, p. 55 –65, 2015.

CRUZ, A. G. M.. **Projeto Ótimo de Neutralizadores Viscoelásticos Baseado no Modelo de Derivadas Fracionárias**, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, 2004.

CUVALCI, O. e ERTAS, A.. Pendulum as vibration absorber for flexible structures experiments and theory, Transactions of the ASME, **Journal of Vibrations and Acoustics**, v. 118, p. 558-566, 1996.

D'AMICO, R.; KOO, K.; CLAEYS, C. C.; PLUYMERS, B. e DESMET, W.. Optimal dynamic vibration absorber design for minimizing the band-averaged input power using the residue theorem, **Journal of Sound and Vibration**, v. 338, p. 60 –75, 2015.

DEMEULENAERE, B.; SPAEPEN, P. e SCHUTTER, J.. Input torque balancing using a cam-based centrifugal pendulum: design procedure and example, **Journal of Sound and Vibration**, v. 283, n. 1-2, p. 1-20, 2005.

DENG, H. e GONG, X.. Application of magnetorheological elastomer to vibration absorber, **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, v. 13, p. 1938–1947, 2008.

DI TARANTO, R. A.. Theory of Vibratory Bending for Elastic and Viscoelastic Layered Finite-Length Beams, **Journal of Applied Mechanics**, p. 881-886, 1965.

DI TARANTO, R. A. e BLASINGAME, W.. Composite Damping of Vibrating Sandwich Beams, **Journal of Engineering for Industry**, p. 633-638, 1967.

DEN HARTOG, J. P.. **Mechanical Vibrations**, McGraw-Hill, New York, 1956.

ESPÍNDOLA, J. J. e BAVASTRI, C. A.. **Reduction of Vibrations in Complex Structures with Viscoelastic Neutralizers: A Generalized Approach and a Physical Realization**, DECT97, Sacramento, California, 1997.

ESPÍNDOLA, J. J.; BAVASTRI, C. A. e LOPES, E. M. O.. On the passive control of vibrations with viscoelastic dynamic absorbers of ordinary and pendulum types, **Journal of the Franklin Institute**, v. 347, p. 102–115, 2010.

ESPÍNDOLA, J. J.; SILVA NETO, J. M. e LOPES, E. M. O.. A generalized fractional derivative approach to viscoelastic material properties measurements, **Applied Mathematics and Computation**, v. 164, n. 2, p. 493–506, 2005.

ESPÍNDOLA, J. J. e SILVA, H. P.. Modal reduction of vibrations by dynamic neutralizers, In: Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, San Diego, CA, p. 1367–1373, 1992.

EWINS, D. J.. **Modal Testing: Theory and Practice**, Research Studies Press Ltd., Somerset, England, 1984.

FEBBO, M.; LOPES, E. M. O. e BAVASTRI, C. A.. Influence of temperature on optimum viscoelastic absorbers in cubic nonlinear systems, **Journal of Vibration and Control**, p. 1- 17, 2014.

FEI, H. Z.; ZHENG, G. T. e LIU, Z. G.. An investigation into active vibration isolation based on predictive control. Part I: energy source control, **Journal of Sound and Vibration**, v. 296, p. 195–208, 2006.

FEY, R. H. B.; WOUTERS, R. M. T. e NIJMEIJER, H.. Proportional and derivative control for steady-state vibration mitigation in a piecewise linear beam system. **Nonlinear Dynamics**, v. 60, n. 4, p. 535–549, 2010.

FERRY, J. D.. **Viscoelastic Properties of Polymers**, ed. 3, Jhon Wiley & Sons, New York, EUA, 1980.

FISCHER, O.. Wind-excited vibrations: solution by passive dynamic vibration absorbers of different types, **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v. 95, p. 1028–1039, 2007.

FLOODY, S. E. P.. **Dinâmica de Estruturas Compostas Metal/Elastômero: Uma Abordagem Generalizada**, Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, 2010.

FLOODY, S. E.; ARENAS, J. P. e ESPÍNDOLA J. J.. Modelling Metal-Elastomer Composite Structures Using a Finite-Element-Method Approach, **Journal of Mechanical Engineering**, v. 53, n. 2, p. 66-77, 2007.

FRAHM, H.. **Device for Damping Vibration of Bodies**, US Patent. No. 989959, 30 October, 1909.

FULLER, C. R.; MAILARD, J. P.; MERCADAL, M. e VON FLOTOW, A. H., Control of aircraft interior noise using globally detuned vibration absorbers, **Journal of Sound and Vibration**, v. 203, p. 745–761, 1997.

FURUYA, H. e HAFTKA, R. T.. Genetic Algorithms for Placing Actuators on Space Structures, **Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms**, Urbana-Champaign, IL, p. 536-542, 1993.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. Addison Wesley Longman, Inc., Reading, MA, EUA, 1989.

GOLDBERG, D. E.; SAMTANI, M. P. **Engineering optimization via genetic algorithm**. International Proceedings of ninth conference on electronic computation. ASCE, New York, p. 471-482, 1986.

GREWAL, J. S.; SEDHAGATI, R. e ESMAILZADEH, E. Vibration analysis and design optimization of sandwich beams with constrained viscoelastic core layer, **Journal of Sandwich Structures & Materials**, v. 15, n. 2, p. 203-228, 2013.

GUS'KOV, A. M.; PANOVKO, G. Y. e BIN, C. V.. Analysis of the Dynamics of a Pendulum Vibration Absorber, **Journal of Machinery Manufacture and Reliability**, v. 37, n. 4, p. 321–329, 2008.

HARRIS, A. F.. **Multi-Degree of Freedom Passive and Active Vibration Absorbers for the Control of Structural Vibration**, Dissertação de Mestrado, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, EUA, 2003.

HARRIS, C. M. e CREDE, C. H.. **Shock and Vibration Handbook**, McGraw Hill Book Company, New York, EUA, 1976.

HAXTON, R. S. E BARR, D. S.. The autoparametric vibration absorber, Transaction of the ASME, **Journal of Engineering for Industry**, v. 94, p. 119-125, 1972.

HIRAMOTO, K. DOKI, H. e OBINATA, G.. Optimal Sensor/Actuator Placement for Active Vibration Control using Explicit Solution of Algebraic Riccati Equation, **Journal of Sound and Vibration**, v. 229, n. 5, p.1057-1075, 2000.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1975.

HOWARD, C. Q.; HANSEN, C. H. e ZANDER, A.. Vibroacoustic noise control treatments for payload bays of launch vehicles: discrete to fuzzy solutions, **Applied Acoustics**, v. 66 p. 1235–1261, 2005.

HUNT, J. B.. **Dynamic Vibration Absorbers**, Mechanical Engineering Publication LTD, London, 1979.

JACQUOT, R. G.. Optimal damper location for randomly forced cantilever beams, **Journal of Sound and Vibration**, v. 269, p. 623–632, 2004.

JACQUOT, R. G.. The forced vibration of singly modified damped elastic surface systems, **Journal of Sound and Vibration**, v. 48, p. 195–201, 1976.

JACQUOT, R. G.. Suppression of random vibration in plates using vibration absorbers, **Journal of Sound and Vibration**, v. 248, p. 585–596, 2001.

JACQUOT, R.G. e SOEDEL, W. Vibrations of elastic surface systems carrying dynamic elements, **Journal of Acoustical Society of America**, v. 47, p. 1354–1358, 1970.

JANG, S. J. e CHOI, Y. J.. Geometrical design method of multi degree of freedom dynamic vibration absorbers, **Journal of Sound and Vibration**, v. 303, p. 343–356, 2007.

JONES, D. I. G.. Viscoelastic Materials for Damping Applications, **ASME / AMD Damping Applications for Vibration Control**, Editor Peter J. Torvik, v. 38, p. 27-51, 1980

KALJEVIC, I. SAIGAL, S. e BROONE, T. H. Jr.. Dynamic Analysis of a General Mass-Spring Arrangement in Beam System, **Journal of Sound and Vibration**, v. 163, p. 67-81, 1993.

KANKE, F.. **Otimização Topológica de Camadas Restritoras Aplicada ao Controle de Vibração em Placas Semi-Espessas**, Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Paraná, Brasil, 2017.

KENG C. Y. e ZIMMERMAN, D. C.. A Comparative Study of Structural Dynamic Modification and Sensitivity Method Approximation, **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 16, n. 4, p. 585–597, 2002.

KITTIS, L.. Vibration Reduction over a Frequency Range, **Journal of Sound and Vibration**, v. 89, p. 559-569, 1983.

KORENEV, B. G. E. e REZNIKOV L. M.. **Dynamic Vibration Absorbers: Theory and Technical Applications**, Wiley, New York, USA, 1993.

KUNIEDA, M.; CHIBA, T. e KOBAYASHI, H. Positive Use of Damping Devices for Piping Systems – Some Experiences an New Proposals, **Nuclear Engineering Design**, v. 104, p. 107-120, 1987.

LAZAN, B. J. **Damping of Materials and Members in Structural Mechanics**, Oxford Pergamon Press, 1968.

LEE, C. Y. e CHEN, C. Y.. Experimental application of a vibration absorber in structural vibration reduction using tunable fluid mass driven by micropump, **Journal of Sound and Vibration**, v. 348 p. 31–40, 2015.

LI, D. e CHENG, L. Acoustically coupled model of an enclosure and a Helmholtz resonator array, **Journal of Sound and Vibration**, v. 305, p. 272–288, 2007.

LI, D.; CHENG, L.; YU, G.H. e VIPPERMAN, J. S.. Noise control in enclosures: modeling and experiments with T-shaped acoustic resonators, **The Journal of the Acoustic Society of America**, v. 122, p. 2615–2625, 2007.

LI, W.; YAO, G. Z.; CHEN, G.; YEO, S. H. e YAP, F. F.. Testing and steady state modeling of a linear MR damper under sinusoidal loading, **Smart Material and Structures**, v. 9, p. 95–102, 2000.

LI, W.; ZHANG, X. Z. e DU, H.. Development and simulation evaluation of a magnetorheological elastomer isolator for seat vibration control, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, 23 1041–1049, 2012.

LIU, X. e BEGG, D. W. Second Order Sensitivity of Smart Structures, **Journal of Aerospace Engineering**, v. 12, n. 1, p. 15-22, 1999.

LIU, K. e LIU, J.. The damped dynamic vibration absorbers: revisited and new result, **Journal of Sound and Vibration**, v. 284, p. 1181–1189, 2005.

MASTRODDI, F.; FACCHINI, G. e GAUDENZI, P.. Multi-frequency dynamic absorber for improved spacecraft comfort during the launch phase, **CEAS Space Journal**, v. 3, p.77-88, 2012.

MATTA, E. e STEFANO, A.. Robust design of mass-uncertain rolling-pendulum TMDs for the seismic protection of buildings, **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23 n. 1, p. 127–147, 2009.

MEGAHED, S. e EL-RAZIK, A. K. A.. Vibration control of two degrees of freedom system using variable inertia vibration absorbers: modeling and simulation, **Journal of Sound and Vibration**, v. 329, p. 4841–4865, 2010.

MOREAU, X.; RAMUS-SERMENT, C. e OUSTALOUP, A.. Fractional Differentiation in Passive Vibration Control, **Nonlinear Dynamics**, v. 29, p. 343-362, 2002.

NASHIF, A. D.. Materials for Vibration Control in Engineering, **Shock and Vibration Bulletin**, v. 43, p. 145-151, 1973.

NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G. e HENDERSON, J. P.. **Vibration Damping**, John Wiley & Sons, Inc., EUA, 1985.

NICHOLSON, J. W. e BERGMAN, L. A.. Vibration of damped plate-oscillator systems, **Journal of Engineering Mechanics**, v. 112, p. 14-30, 1986.

NISHIHARA, O. e ASAMI, T.. Closed-form solutions to the exact optimizations of dynamic vibration absorber (minimizations of the maximum amplitude magnification factors), **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 124, p. 576–582, 2002.

OLSON, B. J. e SHAW, S. W.. Vibration absorbers for a rotating flexible structure with cyclic symmetry: nonlinear path design, **Nonlinear Dynamics**, v. 60, n. 1–2, p. 149–182, 2010.

ORMONDROYD, J. e DEN HARTOG, J. P.. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, **The theory of the dynamic vibration absorber**, v. 50, p. 9-22, 1928.

OULED, C. M; CHOURA, S.; EL-BORGI, S. e NAYFEH, A. H.. Confinement of vibrations in flexible structures using supplementary absorbers: dynamic optimization, **Journal of Vibration and Control**, v. 16, n. 3, p. 357–376, 2010.

ÖZGÜVEN, H. N. e ÇANDIR, B.. Suppressing the First and Second Resonances of Beams by Dynamic Vibration Absorbers, **Journal of Sound and Vibrations**, v. 111, p. 377-390, 1986.

PRITZ, T.. Analysis of Four-Parameter Fractional Derivative Model of RealSolid Materials, **Journal of Sound and Vibration**, v. 195, n. 1, p. 103-115, 1996.

RADE, D. A. e STEFFEN, V.. Optimisation of dynamic vibration absorbers over a frequency band, **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 14, p. 679–690, 2000.

REN, M. Z.. A variant design of the dynamic vibration absorber, **Journal of Sound and Vibration**, v. 245, 762–770, 2001.

RIFAI, K. E.; HALLER, G. e BAJAJ, A. K.. Global dynamics of an autoparametric spring–mass–pendulum system, **Nonlinear Dynamic**, v. 49, p. 105-116, 2007.

RODRIGUES, I. F.. **Metodologia Numérica para Projeto de Neutralizador Dinâmico Viscoelástico do Tipo Sanduíche Tubular**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Brasil, 2016.

ROSS, D.; UNGAR, E. e KERWIN, M.. Damping of Plate Flexural Vibrations by Means of Viscoelastic Laminate Structural Damping, **Structural Damping**, ASME, New York, p. 49 – 58, 1959.

ROSSIKHIN, Y. A. e SHITIKOVA, V.. Application of fractional calculus for analysis of nonlinear damped vibrations of suspension bridges, **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, n. 9, p. 1029–1036, 1998.

SADEK, F.; MOHRAZ, B.; TAYLOR, A. W. e CHUNG, R. M., A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications, **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 26, p. 617–635, 1997.

SCOTT BLAIR, G. W.. **The Role of Psychophysics in Reology**, National Institute for Research in Dairying, University of Reading, England, 1947.

SHUKLA, A. K. e DATTA, T. K.. Optimal use of Viscoelastic Dampers in Building Frames for Seismic Force, **Journal of Structural Engineering**, v. 125, n. 4, p. 401–409, 1999.

SILVA, C. T.. **Projeto e Localização Ótimos de Sistemas de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos Usando Algoritmos Genéticos**, Dissertação de Mestrado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil, 2005.

SILVA, F. E. C e BAVASTRI, C. A.. A methodology for an optimal design of physical parameters, positions, and viscoelastic materials of simple dynamic absorbers for passive vibration control, **Journal of Vibration and Control**, v. 25, n. 6, p. 1133–1147, 2019.

SILVA, H. P.. **Controle Modal de Vibrações por Neutralizadores Dinâmicos: Uma Abordagem Generalizada**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, 1991.

SIVANANDAM, S. N.; DEEPA, S. N. **Introduction to Genetic Algorithm**. Springer, New York, EUA, 2008.

SNOWDON, J. C.. **Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems**, John Wiley & Sons Inc., New York, 1968.

SONG, Y.; SATO, H.; IWATA, Y. e KOMATSUZAKI, T.. The response of a dynamic vibration absorber system with a parametrically excited pendulum, **Journal of Sound and Vibration**, v. 259, n. 4, p. 747–759, 2003.

SOUSA, T. L.; KANKE, F.; PEREIRA, J. T. e BAVASTRI, C. A.. Property identification of viscoelastic solid materials in nomograms using optimization techniques. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 55, n. 4, p. 1285–1297, 2017

SUN, S.; DENG, X.; YANG, J.; LI, W.; DU, H. e ALICI, G.. Performance evaluation and comparison of magnetorheological elastomer absorbers working in shear and squeeze modes, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 26, p. 1757–1763, 2015.

SUN, S.; YANG, J.; LI, W.; DENG, X.; DU, H.; ALICI, G. e YAN, T.. An innovative MRE absorber with double natural frequencies for wide frequency bandwidth vibration absorption, **Smart Material and Structures**, v. 25, p. 1-10, 2016.

SUN, H.; ZHANG, P. Q.; GONG, X. L. e CHEN, H. B.. A novel kind of active resonator absorber and the simulation on its control effort, **Journal of Sound and Vibration**, v. 300, p. 117–132, 2007.

SURGULADZE, T. A.. On Certain Applications of Fractional Calculus to Viscoelasticity, **Journal of Mathematical Sciences**, v. 112, n. 5, p. 4517-4557, 2002.

TAKEWAKI, L. Optimal Damper Placement for Minimum Transfer Functions, **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 26, p. 1113-1124, 1997.

TAKEWAKI, L.; YOSHITOMI, S.; UETANI, K. e TSUJI, M. Non-Monotonic Optimal Damper Placement via Steepest Direction Search, **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, Vol. 28, p. 655-671, 1999.

TAVARES, C. S.. **Projeto e Localização Otimos de Sistemas de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos Usando Algoritmos Genéticos**, Dissertação de Mestrado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil, 2005.

TOTARO, N. e GUYADER, J. L.. Efficient positioning of absorbing material in complex systems by using the Patch Transfer Function method, **Journal of Sound and Vibration**, v. 331, p. 3130–3143, 2012.

VOLTOLINI, D.; KLUTHCOVSKY, S. C.; DOUBRAWA FILHO, F. J.; LOPES, E. M. O. e BAVASTRI, C. A.. Optimal design of a viscoelastic vibration neutralizer for rotating systems: Flexural control by slope degree of freedom. **Journal of Vibration and Control**, v. 24, n. 16, p. 3525-3537, 2018.

VYAS, A. e BAJAI, A. K.. Dynamics of autoparametric vibration absorbers using multiple pendulums, **Journal of Sound and Vibration**, v. 246, n. 1, p. 115-135, 2001.

WALSH P. e LAMANCUSA, J.. A variable stiffness vibration absorber for minimization of transient vibrations, **Journal of Sound and Vibration**, v. 158, p. 195-211, 1992.

WANG, Y. e HUNG, K.. Damping Effect of Pendulum Tuned Mass Damper on Vibration of Two-Dimensional Rigid Body, **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, v. 15, n. 2, p. 1-37, 2015.

WARBURTON, G. V.. Optimum absorber parameters for minimizing vibration response, **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 9, p. 251–262, 1981.

WARBURTON, G. V.. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters, **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 10, p. 381-401, 1982.

WATTS P.. On a method of reducing the rolling of ships at sea, **Transactions of the Institution of Naval Architects**, v. 24, p. 165-90, 1883.

WILLIAMS, M. L.. Structural Analysis of Viscoelastic Materials, **AIAA Journal**, vol. 2, n. 5, 1962

WONG, W. O.. Optimal design of a hysteretic vibration absorber using fixed-points theory, **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 139, n. 6, p. 3110-3115, 2016.

WONG, W. O. e CHEUNG, Y. L.. Optimal design of a damped dynamic vibration absorber for vibration control of structure excited by ground motion, **Engineering Structures**, v. 30, p. 282–286, 2008.

WU, S.; CHEN, Y. e WANG, S.. Two-degree-of-freedom rotational-pendulum vibration absorbers, **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, p. 1052-1064, 2011.

WU, S. e SIAO, P.. Auto-tuning of a two-degree-of-freedom rotational, **Journal of Sound and Vibration**, v. 331, p. 3020–3034, 2012.

XING, Z. W.; YU, M.; YU, J.; WANG, Y. e ZHAO, L. J.. A laminated magnetorheological elastomer bearing prototype for seismic mitigation of bridge superstructures, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 26, p. 1818–1825, 2015.

YAMAGUCHI, M.; TAKASAKI, K. e HIROOKA, K.. Application of Dynamic Absorbers for Shock-Applied Rolls, **Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers**, Part C, v. 59, p. 2981-2985, 1993.

YANG, J.; SUN, S.; LI, W.; DU, H.; ALICI, G. e NAKANO, M.. Development of a linear damper working with magnetorheological shear thickening fluids, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 26, p. 1811–1828, 2015.

YOUNG, D.. Theory of dynamic vibration absorbers for beams, Proceedings of the First U.S. **National Congress of Applied Mechanics**, New York, p. 91–96, 1952.

YU, G. e CHENG, L.. Location optimization of a long T-shaped acoustic resonator array in noise control of enclosures, **Journal of Sound and Vibration**, v. 328, p. 42–56, 2009.

ZHANG, R. H. e SOONG, T. T.. Seismic Design of Viscoelastic Dampers for Structural Applications, **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 5, p. 1375-1392, 1992.

ZILLETI, M. e GARDONIO, P.. Experimental implementation of switching and sweeping tuneable vibration absorbers for broadband vibration control, **Journal of Sound and Vibration**, v. 334, p. 164 –177, 2015.

ZUO, L. e NAYFEH, S. A.. Minimax optimization of multi-degree of freedom tuned mass dampers, **Journal of Sound and Vibration**, v. 272, p. 893–908, 2004.

APÊNDICE A – Algoritmos Genéticos

Holland (1975) e Goldberg (1989) mostraram a analogia dos fenômenos biológicos com a otimização, sendo que a estrutura básica deste método consiste na aplicação de seus operadores genéticos. Os principais conceitos, terminologias e operadores, podem ser assim explicados (GOLDBERG, 1989):

Cromossomo e genoma: Na biologia, genoma é o conjunto completo de genes de um organismo. Um genoma pode ter vários cromossomos. No AG, ambos os termos representam a estrutura de dados que codifica uma solução para um problema, ou seja, um cromossomo ou genoma representa um simples ponto no espaço de busca, denominado indivíduo.

Gen ou gene: Na biologia, gene é a unidade de hereditariedade que é transmitida pelo cromossomo e que controla as características do organismo. No AG, gene é um parâmetro codificado no cromossomo, ou seja, um elemento do vetor de variáveis de projeto que representa o cromossomo.

Genótipo: Na biologia, representa a composição genética contida no genoma. No AG, representa a informação contida no cromossomo.

Fenótipo: Na biologia, são as características observáveis de um organismo ou população. Ou seja, representa o objeto, estrutura ou organismo construído a partir das informações do genótipo. No AG é o cromossomo decodificado para o problema físico.

Alelo: Na biologia, representa uma das formas alternativas de um gene. No AG, representa os valores que o gene pode assumir.

Indivíduo: Na biologia corresponde à um simples membro da população. No AG, um indivíduo é formado pelo cromossomo. Ou seja, é um conjunto de valores dados pelas variáveis de projeto que definem um ponto no qual se pode avaliar a função objetivo.

População: É representada pelo conjunto de indivíduos na biologia. Já no AG, corresponde à totalidade de indivíduos (cromossomos) constituintes de um espaço de busca, ou seja, o conjunto de soluções.

Geração: Na biologia, corresponde à descendência de uma população. No AG, equivale ao número de iterações que o algoritmo executa. As gerações mostram a evolução que as populações vão tendo ao longo do tempo, em função da aplicação dos operadores genéticos.

Pais e filhos: Em cada geração, tanto na biologia quanto no AG, tem-se uma nova população. Uma delas é denominada de população de pais a qual é usada para criar indivíduos para a próxima geração, dita população de filhos.

Seleção: Processo pelo qual indivíduos de uma população são selecionados de acordo com seu grau de adaptação ao meio.

Elitismo: Este operador influencia o processo de busca em favor dos membros mais aptos na população atual. Esses podem passar direto para a próxima geração sem sofrer alterações em suas características genéticas.

Mutação: É responsável pela introdução e manutenção da diversidade genética nas populações. O operador altera, algum(s) gen(s) de alguns indivíduos.

Cruzamento: Forma pela qual, o material genético de indivíduos é trocado a fim de produzir filhos com características mistas de ambos os pais.

Diversidade: Refere-se à distância média entre os indivíduos da população. Uma população tem alta diversidade se a distância média é grande. Isso é importante porque permite que o algoritmo pesquise numa região mais apta do espaço de busca.

Função de aptidão: Representa o quão apto é um determinado indivíduo perante os outros indivíduos da população daquela geração. É um valor associado à função objetivo e às restrições impostas ao problema de otimização.

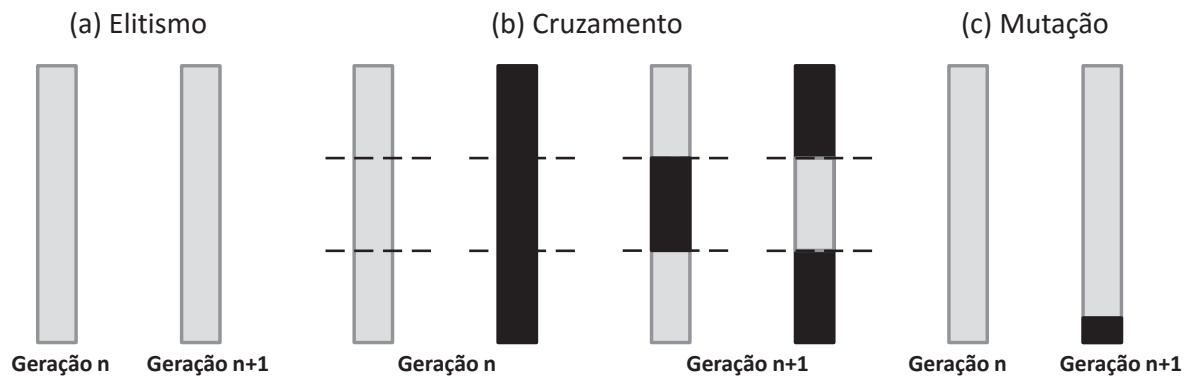
No processo de otimização via AG, é gerada uma população constituída de indivíduos, sendo que os indivíduos são compostos por uma estrutura de dados que representa uma possível solução do problema. Inicialmente, cada indivíduo da geração é avaliado a fim de realizar a seleção dos pais para gerar novos indivíduos. Três tipos de filhos podem ser criados para a próxima geração, são eles:

Filhos de elitismo: São indivíduos da geração atual com os melhores valores de aptidão e que automaticamente sobrevivem para a próxima geração (FIGURA A.1a);

Filhos de cruzamento: São criados combinando as características dos pais (FIGURA A.1b);

Filhos de mutação: São criados introduzindo mudanças aleatórias ou não nos genes de um pai (FIGURA A.1c).

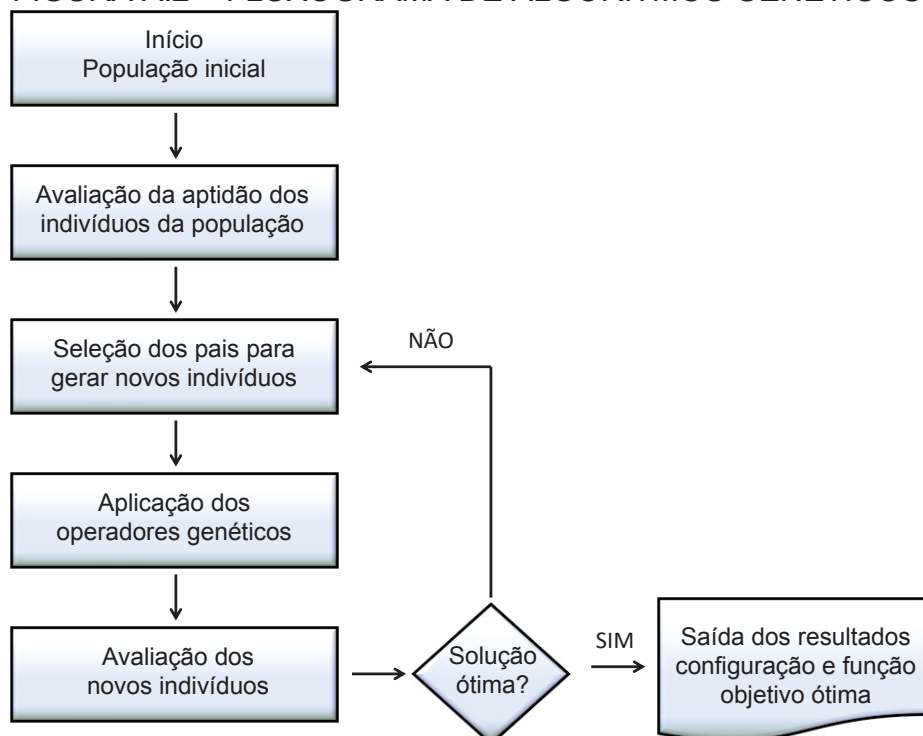
FIGURA A.1 – TIPOS DE FILHOS: (A) FILHO POR ELITISMO, (B) POR CRUZAMENTO E (C) POR MUTAÇÃO.



FONTE: O autor (2015)

Quando o critério de parada é satisfeito, seja pelo número de gerações e/ou por convergência na qualidade do resultado, se obtém a possível solução ótima do problema, ou seja, é obtido o melhor valor encontrado da função objetivo que mostra o melhor indivíduo que, conseqüentemente, possui a melhor aptidão. Caso o critério de parada não seja satisfeito, selecionam-se novamente os pais para gerar uma nova população e a próxima geração, até que o critério de parada seja satisfeito. A FIGURA A.2 mostra um esquema na forma de um fluxograma para representar um processo de otimização via AG.

FIGURA A.2 – FLUXOGRAMA DE ALGORITMOS GENÉTICOS.

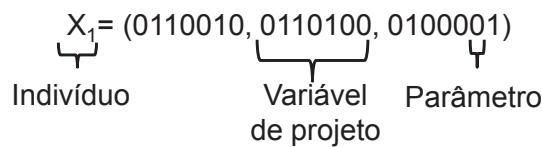


FONTE: O autor (2015)

Codificação dos indivíduos

Na metodologia mais usual do AG, cada parâmetro do vetor de variáveis de projeto (indivíduo) é expresso em um formato de número binário. Deve ser frisado neste ponto que há outras maneiras de representação. O número de algarismos usados para cada variável de projeto depende de uma precisão. Convenientemente, as variáveis podem ser transformadas para uma base decimal. A FIGURA A.3 mostra um indivíduo (binarizado) com 3 variáveis de projeto e com 7 parâmetros codificados cada.

FIGURA A.3 – INDIVÍDUO BINARIZADO.



FONTE: O autor (2015)

A precisão p , da representação binária empregada, pode ser obtida por,

$$p = 2^n, \quad (\text{A. 1})$$

sendo n o número de parâmetros codificados que a variável de projeto contém. Assim, considerando o exemplo da FIGURA A.3, a precisão é de $p = 2^7 = 128$. Isso significa que entre os limites inferior e superior da variável de projeto, existem p possíveis valores para as variáveis de projeto. Tomando a primeira variável de projeto da Figura A.3, aqui denotada de V_p , o cálculo do valor real obtido por essa codificação binária (processo de decodificação), pode ser realizado na forma

$$V_p = 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 50. \quad (\text{A. 2})$$

Assim, a variável de projeto corresponde à quinquagésima parte entre os limites inferior e superior.

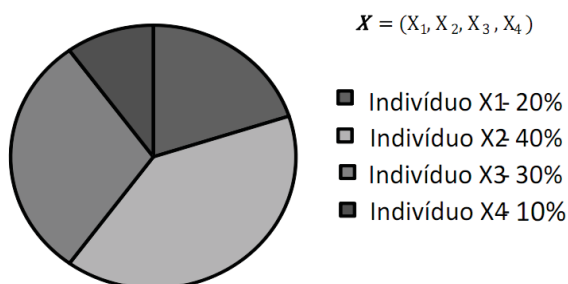
Como já visto, para se obter uma boa precisão do problema, o valor de n deve ser suficientemente grande, realizando uma adequada aproximação discreta para a variação contínua de cada variável. Nos problemas de projeto ótimo de NDVs, para as frequências naturais dos dispositivos utiliza-se uma codificação binária. Para as variáveis quanto à posição dos NDVs e ao material viscoelástico, essas podem ser representadas através da utilização de uma codificação discreta, ou seja, a variável

de projeto pode assumir o valor exato contido numa lista de posições (nós) e de tipos de materiais viscoelásticos, sem a necessidade de utilizar uma codificação binária.

Seleção

A partir de uma população inicial, é feita a avaliação da função objetivo e da aptidão de cada um dos indivíduos. O método de escolha dos indivíduos que irão para as próximas etapas do processo de evolução, é denominado seleção. Existem vários métodos de seleção. Um método bastante conhecido e comumente utilizado no AG é o método da roleta. Neste método, cada indivíduo possui uma fração da roleta de acordo com o valor da sua aptidão. Os indivíduos com os melhores valores de aptidão ocupam uma região maior na roleta, tendo, portanto, maior probabilidade de serem selecionados após a rotação da roleta. A FIGURA A.4 mostra um exemplo do processo de seleção via método da roleta, dada uma população x , constituída por 4 indivíduos, onde o indivíduo 2 possui maior chance de ser selecionado que os demais.

Figura A.4 – Seleção via método da roleta.



FONTE: O autor (2015)

A quantidade que a roleta rotaciona é determinada de forma randômica. Um número real entre 0 e 1 é gerado randomicamente e multiplicado por 360. Este método tem a desvantagem de possuir uma alta variância, podendo levar a um grande número de cópias de um bom indivíduo, podendo diminuir a diversidade da população. Esta falha pode ocasionar uma convergência prematura do algoritmo para uma solução não almejada. Por outro lado, quando a evolução está avançada, onde as aptidões não diferem muito entre os indivíduos, observa-se uma estagnação do algoritmo.

Operador de cruzamento

Após a seleção dos indivíduos, a obtenção da nova população é feita pela aplicação dos operadores genéticos de cruzamento, mutação e elitismo. No processo

de cruzamento ocorre a geração de dois novos indivíduos (denominados filhos) a partir da combinação dos genes de dois outros indivíduos previamente selecionados (ditos pais). De forma randômica, ou não, é (são) selecionado(s) o(s) parâmetro(s) ou variável(is) de projeto que irá(ão) sofrer a combinação. A FIGURA A.5 mostra um processo de cruzamento entre dois indivíduos. Neste exemplo, a partir do quinto algarismo, os algarismos (parâmetros) do vetor \mathbf{X}_1 são substituídos pelos algarismos do vetor \mathbf{X}_2 . A operação inversa é feita similarmente. Esta operação é feita considerando somente um ponto de cruzamento, mas pode ser realizada com mais pontos.

Figura A.5 – Processo de cruzamento entre dois indivíduos.

Pais	Filhos
$\mathbf{X}_1 = (0110010, 0110100, 0100001)$	$\mathbf{X}_1 = (0110011, 0101100, 0111001)$
$\mathbf{X}_2 = (1100101, 0101100, 0111001)$	$\mathbf{X}_2 = (1100100, 0110100, 0100001)$

FONTE: O autor (2015)

Operador de mutação

A mutação pode ser feita com os indivíduos provenientes do cruzamento ou simplesmente provenientes da seleção. Neste processo, os indivíduos sofrem perturbações em seus parâmetros de acordo com uma determinada probabilidade.

Existem muitas formas diferentes de fazer mutação, tais como (SIVANANDAM e DEEPA, 2008):

Flipping: Um pai é considerado e um indivíduo de mutação é gerado randomicamente. Quando o parâmetro é 1 no indivíduo de mutação, ocorre a mudança (1 para 0 ou vice-versa) no filho e os demais parâmetros são copiados do pai.

Interchanging: Duas posições da variável ou do indivíduo são selecionadas de forma aleatória e mudadas.

Reversing: Uma posição randômica é escolhida e todos os próximos parâmetros são mudados.

Para a representação binária, uma mutação simples pode consistir em trocar o valor de um ou mais parâmetros codificados de 0 para 1 (mutação do tipo

Interchanging), através de uma probabilidade. Além dos tipos de mutação supracitados, podem existir outras maneiras de realizar essa operação.

A probabilidade de mutação p_m é um parâmetro do algoritmo. Cuidados devem ser tomados, pois uma probabilidade pequena pode reduzir a diversidade da população e fazer com que o algoritmo convirja para um ótimo local. Goldberg (1989) sugere uma probabilidade de mutação entre 0,1% a 2% dos indivíduos da população.

É também possível aplicar um operador de mutação que só faz a mutação se melhorar a qualidade da solução. Tal operador é de grande importância, pois pode acelerar o processo de busca.

APÊNDICE B – Comandos para o ANSYS

!Viga retangular Sandwich

FINISH

/CLE

/PREP7

/INPUT,C:\Users\francielly.castro\Desktop\TESTE\OtimizacaoNDV\param_input.txt

!EMATWRITE, YES

! O arquivo param_input.txt contém as dimensões: h, b, L_MV, h_MV e h_CL válidas
!para cada indivíduo e que são modificadas no processo de otimização

/PREP7

```
K, 1, 0.00, 0.00, 0.00,
K, 2, 0.00, h, 0.00,
K, 3, 0.00, h, b,
K, 4, 0.00, 0.00, b,
K, 5, L_MV,0.00, 0.00,
K, 6, L_MV,h, 0.00,
K, 7, L_MV,h, b,
K, 8, L_MV,0.00, b,
K, 9, 0.00, h+h_MV, 0.00,
K, 10, 0.00, h+h_MV, b,
K, 11, L_MV,h+h_MV, 0.00,
K, 12, L_MV,h+h_MV, b,

K, 13, 0.00, h+h_MV+h_CL, 0.00,
K, 14, 0.00, h+h_MV+h_CL, b,
K, 15, L_MV,h+h_MV+h_CL, 0.00,
K, 16, L_MV, h+h_MV+h_CL, b,
V, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,
V, 2, 3, 10, 9, 6, 7, 12, 11,
V, 10, 9, 13, 14, 12, 11, 15, 16,
```

vplot

! Parâmetros de elemento e materiais

/INPUT,C:\Users\francielly.castro\Desktop\TESTE\OtimizacaoNDV\dados.txt

! O arquivo dados.txt contém as propriedades mecânicas dos materiais utilizados no
!projeto do NDV, onde para o material viscoelástico o módulo de elasticidade (MVE)
!é considerado constante, como pode ser visto na seção 4.3

ET,1,SOLID186

! Alumínio

MPTEMP,,,,,,,,

MPTEMP,1,0

```
MPDATA,EX,1,,EAL
MPDATA,PRXY,1,,POIAL
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,1,,DAL
```

```
!MVE
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,EMVE
MPDATA,PRXY,2,,POIMVE
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,2,,DMVE
```

```
! Dados para criação da malha
/INPUT,C:\Users\francielly.castro\Desktop\TESTE\OtimizacaoNDV\NELS_malha.txt
```

```
! O arquivo NELS_malha.txt contém o número de elementos para a discretização
```

```
! Parametros da malha
FLST,5,2,6,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,3
```

```
! Selecionando as areas externas
CM,_Y,VOLU
VSEL,,,1,3,1
CM,_Y1,VOLU
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
VATT,1,,1,0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
```

```
! Selecionando a area intermediaria
CM,_Y,VOLU
VSEL,,,2
CM,_Y1,VOLU
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
VATT,2,,1,0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
```

```
! Definindo numero de elementos na altura da viga
```

```

FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,1
FITEM,5,3
FITEM,5,6
FITEM,5,10
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,NEL_alt1, , , ,1
!*

```

! Definindo numero de elementos na altura da camada viscoelástica

```

FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,13
FITEM,5,15
FITEM,5,16
FITEM,5,20
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,NEL_alt, , , ,1
!*

```

! Definindo numero de elementos na altura da constrained layer

```

FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,21
FITEM,5,23
FITEM,5,24
FITEM,5,28
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,NEL_alt1, , , ,1
!*

```

! Definindo numero de elementos nos comprimentos

```

FLST,5,8,4,ORDE,8
FITEM,5,7
FITEM,5,11
FITEM,5,5
FITEM,5,9
FITEM,5,19
FITEM,5,17
FITEM,5,25

```



```

FITEM,5,27
CM,_Y,LINE
LSEL,,,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1,,,NEL_comp1,,,,1

! Definindo numero de elementos nas larguras
FLST,5,8,4,ORDE,8
FITEM,5,4
FITEM,5,12
FITEM,5,2
FITEM,5,8
FITEM,5,14
FITEM,5,18
FITEM,5,22
FITEM,5,26

CM,_Y,LINE
LSEL,,,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1,,,NEL_larg,,,,1

! Construindo a malha em tudo
FLST,5,3,6,ORDE,3
FITEM,5,1
FITEM,5,2
FITEM,5,3
CM,_Y,VOLU
VSEL,,,P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y

!*
MSHAPE,0,3d
MSHKEY,1
VMESH,_Y1
MSHKEY,0
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

! Solução: Análise modal
/SOL
ANTYPE,2

```

```
MODOPT,LANB,NM
EQSLV,SPAR
MXPAND,NM, , ,0
LUMPM,0
PSTRES,0
MODOPT,LANB,NM,0,LIMITESUP, ,OFF
/STATUS,SOLU
SOLVE
/POST1
```

```
/AUX2
FILE,'file','full',' '
HBMAT,'K',' ',' ',ASCII,STIFF,YES
FINISH
```

```
/AUX2
FILE,'file','full',' '
HBMAT,'M',' ',' ',ASCII,MASS,YES
FINISH
```